COLEGIO DE BACHILLERES

LA EDUCACIÓN COMO UN PROCESO PERMANENTE DE EVOLUCIÓN Y PROGRESO

Guía para presentar exámenes de Recuperación o Acreditación Especial
(Apoya a Plan 92)

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INFERENCIAL II

Guía para presentar exámenes de
Recuperación o Acreditación Especial

Estadística Descriptiva e Inferencial II
(Versión preliminar)

Esta guía fue elaborada por la **Secretaría Académica,** a través de la **Dirección de Planeación Académica**, con la colaboración de:

Prof. Javier Cervantes S.

Ajustes y revisión:

Prof. Leopoldo Raúl Cano Rivera.

Colegio de Bachilleres, México
www. cbachilleres.edu.mx
Rancho Vista Hermosa No. 105
Ex-Hacienda Coapa,
04920, México, D.F.

La presente obra fue editada en el procesador de palabras Word 2002 (Office xp).

Word 2002 es marca registrada de Microsoft Corp.

Este material se utiliza en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Colegio de Bachilleres, institución pública de educación media superior del Sistema Educativo Nacional.

Agosto de 2004

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

La evaluación de recuperación y la de acreditación especial son oportunidades extraordinarias que debes aprovechar para aprobar las asignaturas que, por diversas razones, reprobaste en el curso normal; pero ¡cuidado!, presentarse a un examen sin la preparación suficiente significa un fracaso seguro, es una pérdida de tiempo y un acto irresponsable que puedes evitar.

¿Cómo aumentar tu probabilidad de éxito en el examen mediante la utilización de esta guía? La respuesta es simple, observa las siguientes reglas:

- Convéncete de que tienes la capacidad necesaria para acreditar la asignatura. Recuerda que fuiste capaz de ingresar al Colegio de Bachilleres mediante un examen de selección.

- Sigue al *pie de la letra* las instrucciones de la guía.

- Procura dedicarte al estudio de este material, *durante 15 días al menos, tres horas diarias continuas.*

- Contesta toda la guía: es un requisito que la presentes resuelta y en limpio al profesor aplicador antes del examen correspondiente.

PRÓLOGO

En el marco del Programa de Desarrollo Institucional 2001-2006 el **alumno** tiene especial relevancia, por lo que el Colegio de Bachilleres Metropolitano se ha abocado a la elaboración de diversos materiales didácticos que apoyen al estudiante en los diversos momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Entre los materiales elaborados se encuentran las guías de estudio, las cuales tienen como propósito apoyar a los estudiantes que deben presentar exámenes de Recuperación o Acreditación Especial, con objeto de favorecer el éxito en los mismos.

En este contexto, la Guía para presentar exámenes de Recuperación o Acreditación Especial de **ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INFERENCIAL II** se ha elaborado pensando en los estudiantes que por diversas causas reprobaron la asignatura en el curso normal y deben acreditarla a través de exámenes en periodos extraordinarios.

Esta guía se caracteriza por abordar, de manera sintética, los principales temas señalados en el programa de estudios, favorecer la ejercitación de los métodos, conceptos y modelos estadísticos en el manejo e interpretación cuantitativa y cualitativa de información diversa, además de los elementos básicos de la probabilidad estadística, así como proporcionar elementos de autoevaluación y sugerencias en caso de que se necesite mayor información para comprender dichos temas.

En la primera unidad de la guía, denominada **VARIABLES ALEATORIAS**, se abordan los aprendizajes relacionados con las variables aleatorias relacionadas con el concepto de evento estocástico y se abordan las funciones probabilísticas básicas.

En la segunda unidad, **FUNCIONES PROBABILÍSTICAS DISCRETAS**, se desarrollan la distribución de probabilidad binomial de Poisson, induciendo las características del experimento de Bernoulli y calculando sus parámetros principales.

La tercera unidad, **FUNCIONES PROBABILÍSTICAS CONTINUAS**, abarca el análisis de las distribuciones normal estandar y t-student, incluyendo el cálculo y la interpretación de sus parámetros principales.

La cuarta unidad, **INFERENCIA ESTADÍSTICA**, aborda los conceptos básicos de la inferencia estadística a partir del análisis de la información contenida en una muestra.

En la quinta unidad, **APLICACIONES DE LA INFERENCIA ESTADÍSTICA**, se desarrollan los elementos básicos del muestreo de aceptación de una distribución binomial mediante la simulación y análisis de procesos estocásticos.

Por último se proporciona una bibliografía básica para consultar en fuentes originales los temas desarrollados en la guía.

UNIDAD 1

VARIABLES ALEATORIAS

UNIDAD 1

1.1 VARIABLE ALEATORIA

Aprendizajes
• Clasificar variables aleatorias discretas y continuas. • Identificar los elementos esenciales de la variable aleatoria: dominio, regla, imagen, rango y gráfica. • Identificar las características de la función de distribución continua. • Identificar las características de la función de distribución discreta.

Una variable aleatoria también conocida como una variable al azar o estocástica asocia los datos del espacio muestral de un experimento aleatorio con valores numéricos reales. Es considerada como una función que asigna un único número real a cada resultado de un espacio muestral en un experimento. Es decir, en vez de colocar letras todo lo vamos a representar con números de acuerdo con una regla establecida.

Esta variable tiene los siguientes elementos:

- **Dominio:** Son todas las observaciones diferentes que contiene el espacio muestral; es decir, todos los resultados que se tienen al realizar un experimento, el cual se puede obtener a través de una encuesta o matemáticamente elaborando un diagrama de árbol. Por ejemplo: cuando se escogen elementos de dos conjuntos, cuando se lanzan dos monedas o más, o cuando se encuesta a las personas para conocer su altura, peso, edad, etc. Representaremos al dominio con la letra **Ω** y sus elementos se escribirán entre llaves.

$$\Omega = \{\textbf{todos los resultados del experimento}\}$$

- **Regla de correspondencia**: Es la forma de llevar los resultados del espacio muestral a valores numéricos o hacer lo que la variable aleatoria nos indica. Por ejemplo: sea X la variable aleatoria que se define según la regla de correspondencia siguiente: "número de soles que se obtienen al lanzar tres monedas". Si observas bien, el dominio lo tendrás representado con las letras A ó S como en la observación ASS, sirviéndonos la regla para transformarlo a números. La regla que define a la variable se puede representar con letras mayúsculas tales como X, Y o Z.

- **Imagen**: Es el número que se obtiene como resultado de aplicar la regla de correspondencia al dominio y se representa con la letra I. Del ejemplo anterior, tenemos que la imagen I(ASS) ó X(ASS) es 2 porque la variable aleatoria X toma el valor de 2 cuando observamos la terna ASS. Los elementos colocados en el paréntesis son los valores u observaciones del dominio y el resultado es el valor de la imagen.

- **Rango**: Se define como el conjunto que contiene todas las imágenes asociadas al experimento aleatorio. Se forma anotando dentro de llaves las diferentes imágenes ordenadas en orden creciente, sin repetir elementos. Representaremos el rango con la letra R y sus elementos (las diferentes imágenes) con la letra **I**, estableciéndose su expresión matemática de la siguiente forma:

$$\mathbf{R} = \{\ \mathbf{I_1, I_2, I_3, \ldots, I_n}\ \}$$

- **Gráfica ó función de una variable aleatoria**: Es la forma de representar en el plano cartesiano los valores del dominio con sus respectivas imágenes una vez aplicada la regla de correspondencia, ordenando de menor a mayor todos sus elementos. Colocando en el eje horizontal (x) los elementos del dominio y en el eje vertical (y) las imágenes correspondientes.

Toda función está constituida por el dominio y el rango. Para nuestro caso, **la función de la variable aleatoria** ordena en parejas primero los elementos del **dominio** y después los elementos del **rango**, respectivamente. Se simboliza con la letra **f**, y matemáticamente se representa en la forma siguiente:

$$\mathbf{f = \{(\Omega_1, I_1), (\Omega_2, I_2), \ldots\ldots (\Omega_n, I_n)\}}$$

Donde: Ω_i = Cada elemento del dominio.
I_i = Imagen respectiva de cada elemento del dominio.

Las imágenes de una variable aleatoria suelen representarse también con la letra representativa de la variable. Así, la imagen I (1) se escribe generalmente de la forma X (1), cuando la variable aleatoria es X.

Por ejemplo: un experimento sencillo es lanzar una moneda. La variable aleatoria X se define como "el número de águilas que salen".

El **dominio** es: $\mathbf{\Omega = \{A, S\}}$.

Las **imágenes** son: **X (A) =1, X (S) =0.**

El **rango** es: $\mathbf{R = \{0,1\}}$.

Por lo tanto, la **función** de la variable es $\mathbf{f = \{(A, 1); (S, 0)\}}$.

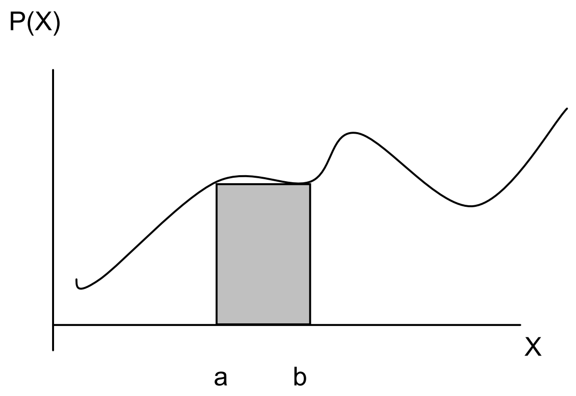
Existen dos tipos de variable aleatoria: la **discreta** y la **continua**.

La **variable aleatoria discreta** es aquella que tiene como resultados solamente números enteros; por ejemplo: "la edad de las personas en años". Se caracteriza por ser el resultado de realizar enumeraciones o conteos, la suma de las probabilidades asociadas a sus diferentes valores suman siempre 1 y su distribución de probabilidad se representa por una gráfica de barras o pequeños segmentos en escalón (lo que significa que la gráfica tiene saltos o huecos). No tiene probabilidades negativas, es decir, sus probabilidades van de 0 a 1 y se aplica preferentemente a muestras pequeñas (menor de 100 datos). Para determinar estas probabilidades se utilizan los métodos de Bernoulli o de Poisson. Su función acumulada es igual a la suma de todas las probabilidades y además es una función discontinua.

La variable aleatoria continua es aquella que tiene como resultados valores tomados de los números reales, es decir, con números enteros y decimales; por ejemplo: "el peso de las personas en kilogramos". Se caracteriza por ser el resultado de la toma de mediciones con algún instrumento de precisión, el área total representada bajo su curva es igual a 1 y su gráfica es una curva continua que no tiene saltos o huecos. No existen probabilidades negativas, es decir, sus probabilidades van de 0 a 1. Las variables continuas se aplican a un conjunto infinito de datos, imposible de contar (es decir todos los datos que están dentro de un intervalo dado, como $a \leq x \leq b$), tomando no solo un elemento del dominio. Son propias para muestras grandes (mayor o igual que 100 datos). Para determinar las probabilidades se consideran intervalos bajo la curva para delimitar un área que indica qué posibilidad tiene de aparecer o suceder un evento determinado. Para encontrar estas probabilidades se usan funciones de distribución de probabilidad como la distribución normal (curva de Gauss) y las distribuciones muestrales. Su función acumulada se conoce también como función de densidad de probabilidad.

UNIDAD 1

Al hablar del área bajo la curva, nos referimos al tramo que se marca de un punto inferior (a) a un punto superior (b) en el eje horizontal, de la gráfica de la variable aleatoria continua, como se muestra en la siguiente figura.



APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

I. Un experimento consiste en lanzar un dado normal de seis caras (llamado también dado legal o dado no trucado). La regla de correspondencia a aplicar es: "si sale número par dividir el número observado entre dos, en caso contrario multiplica por dos". Se determinará la función de la variable aleatoria y se indicará qué tipo de variable se está manejando.

Paso 1. Identificar el **dominio** (que como recordarás son todos los resultados que se obtienen al realizar el experimento).

En el caso de los dados normales o no trucados, éstos tienen 6 caras numeradas del 1 al 6. Por lo tanto, el **dominio** es:

$$\mathbf{\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}}$$

Recuerda que sólo se elabora un diagrama de árbol si es difícil contar los elementos del **dominio.**

Paso 2. Aplicar a cada elemento del **dominio** la **regla de correspondencia** citada, para obtener la **imagen**.

En este caso el primer elemento del dominio es 1 y puesto que se trata de un número impar, la **regla** nos dice que tenemos que multiplicar este número por 2 teniendo como resultado el valor 2 que sería la **imagen**. Simbólicamente se expresa de la siguiente forma: X(1) = 1.

Operando así para cada elemento del dominio, obtenemos las imágenes:

X(1) = 1(2) = 2	X(2) = 2 / 2 = 1	X(3) = 3 (2) = 6
X(4) = 4 / 2 = 2	X(5) = 5 (2) = 10	X(6) = 6 / 2 = 3

$$\therefore \ \mathbf{R = \{1, 2, 3, 6, 10\}}$$

Paso 3. Determinar el tipo de **variable aleatoria** de que se trata.

Dado que los números obtenidos son enteros, se trata de una **variable aleatoria discreta.**

Paso 4. Obtener la **función de la variable aleatoria**.

$$\mathbf{f = \{ (1, 2), (2, 1), (3, 6), (4, 2), (5, 10), (6, 3) \}}$$

II. Un experimento consiste en medir las estaturas a 10 personas teniendo como resultados los valores del conjunto A = {1.25, 1.50, 1.52, 1.73, 1.80, 1.65, 1.68, 1.79, 1.85, 1.56} dadas en cm; sea Y la variable aleatoria "si la medición es mayor de 1.70 cm se asignará el valor de 1.00, en caso contrario se asignará el valor que aparece". Se determinará el conjunto imagen y se indicará qué tipo de variable se maneja.

Paso 1. Determinar el **dominio,** que son los mismos valores del conjunto A.

$$\mathbf{\Omega = \{ 1.25, 1.50, 1.52, 1.56, 1.65, 1.68, 1.73, 1.79, 1.80, 1.85 \}}$$

Paso 2. Determinar el conjunto imagen.

El primer elemento es 1.25 y puesto que esta medición no es mayor que 1.70, su **imagen** es 1.25.

Matemáticamente tenemos que la **imagen** de X (1.25) = 1.25, así que, al aplicar la **regla** a todos los elementos del dominio, obtenemos la tabla siguiente:

X(1.50) = 1.50	X(1.52) = 1.52	X(1.56) = 1.56
X(1.65) = 1.65	X(1.68) = 1.68	X(1.73) = 1.68
X(1.79) = 1.00	X(1.80) = 1.00	X(1.85) = 1.00

$\therefore$ **R = { 1.25, 1.50, 1.52, 1.56, 1.65, 1.68, 1.00, 1.00, 1.00, 1.00 }**

Paso 3. Identificar el tipo de variable.

Los resultados son números enteros con decimales; por lo tanto, se trata de una variable **aleatoria continua** (observe que la naturaleza misma de la variable es de tipo continuo por tratarse de una medición).

A continuación se presenta un problema, resuélvelo siguiendo el procedimiento de los experimentos anteriores.

III. Se lanza un dado donde la variable aleatoria X se define por la regla de correspondencia: “es el número que aparece más 1”.

i) ¿Cuál es la función de la variable aleatoria?

ii) ¿A qué tipo de variable se refiere?

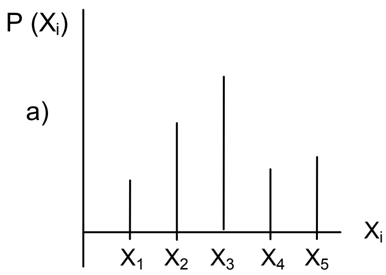
EJERCICIOS

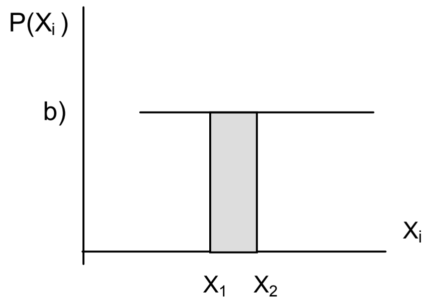
INSTRUCCIONES: Lee con atención cada uno de los siguientes enunciados y anota sobre la línea la respuesta correcta.

1. El experimento de lanzar 4 monedas y contar el número de soles que se obtienen hace referencia a una variable aleatoria ______________.

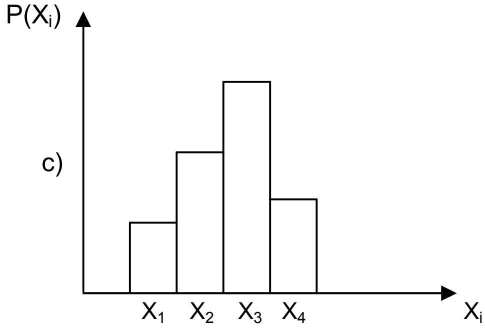
2. El experimento de medir la altura de 10 personas, en metros, se refiere a una variable aleatoria ___________________.

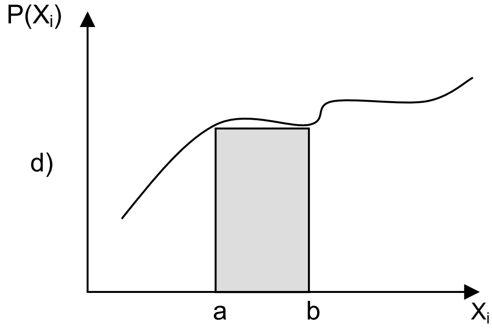
3. **INSTRUCCIONES:** Observa con atención las siguientes gráficas y anota en el espacio correspondiente si se refiere a una variable discreta o continua.





a)__________________ b)__________________





c) __________________ d) __________________

UNIDAD 1

INSTRUCCIONES: Lee con atención cada uno de los siguientes planteamientos y realiza lo que se solicita. Incluye en el espacio el desarrollo.

4. Se tienen 7 cartas numeradas del 1 al 7 y se extrae una de ellas al azar. Determina el rango de la función si la regla asociada a la variable X es "si el número observado es par asignarle el número 1, en caso contrario se le sumará 1".

5. Un experimento consiste en lanzar un dado normal de seis caras. ¿Cuál es el dominio?

6. Un experimento consiste en lanzar 2 monedas normales; sea Z la variable aleatoria definida por la regla: "número de águilas que se observa en las caras superiores". Obtener la función de la variable aleatoria.

7. En un torneo de golf se tomó la distancia, en metros, que recorría la pelota en cada golpe que da un jugador, teniendo como resultados 6.50, 7.20, 8.00, 5.89, 6.30, 7.50, 7.90, 6.50, 7.40 y 7.20. Si la variable Y se define por la regla "asignar el mismo número que la distancia observada". ¿Cuál es el rango de la función?

8. Un estudio reciente mostró que el 60% de los estudiantes universitarios fuman. Al seleccionar al azar a cinco estudiantes de esa Universidad, la probabilidad de que tres de ellos fumen es del 34.6%, ¿por qué se considera que la variable es aleatoria discreta?

9. Suponga que el 70% de los estudiantes de un colegio son varones. Si se selecciona al azar una muestra de 12 estudiantes y la probabilidad de que 4 de ellos sean varones es del 33%, ¿por qué en este problema se emplea una variable aleatoria discreta?

10. Suponga que la temperatura T durante junio está normalmente distribuida (su curva de frecuencias tiene la forma de una campana de Gauss simétrica alrededor de la media). Si la probabilidad de registrar temperaturas entre los 70° C y 80° C es del 34.79%, ¿porqué este problema trata de una variable aleatoria continua?

11. Suponga que la estatura de 800 estudiantes está normalmente distribuida y la probabilidad de que cierto numero de estudiantes estén entre 65 y 70 pulgadas es del 36.74%. ¿Por qué este problema trata de una variable continua?

UNIDAD 1

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	Discreta
2	Continua
3: (a)	Discreta
(b)	Continua
(c)	Discreta
(d)	Continua
4	$R = \{1, 2, 4, 6, 8\}$
5	El dominio es: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
6	La función es: $f = \{(AA, 2), (AS, 1), (SA, 1), (SS, 0)\}$
7	El rango es: $R = \{5.89, 6.30, 6.50, 7.20, 7.40, 7.50, 7.90, 8.00\}$
8	Se trata de una variable aleatoria discreta porque de acuerdo con el problema, el número de los datos es menor que 100.
9	Los resultados que se obtienen al hacer este experimento, son números enteros y además el tamaño de muestra es menor que 100 datos (n=100), por lo tanto se trata de una variable aleatoria discreta.
10	Las temperaturas que se pueden registrar en este experimento, son todos números reales que existen entre los 70 y 80 grados. Además se trata de una medición, por lo que se refiere a una variable aleatoria continua.
11	El tamaño de la muestra es mayor que 100 datos (n = 800) y las estaturas que se buscan son todas aquellas que se encuentran en el intervalo entre las 65 y las 70 pulgadas; es considerada una variable aleatoria continua.

Sugerencias

Para el caso de los problemas del 1 al 3 debes leer las definiciones de variable aleatoria discreta y continua, así como sus características.

Para el caso de los problemas 4 al 7 debes comprender la diferencia entre el dominio y rango de una función de variable aleatoria.

Para completar la información necesaria para resolver las preguntas de los problemas 8 al 11, se sugiere que leas las páginas 92-99 del libro de MENDENHALL, WILLIAM: *Estadística para Administradores*, para reafirmar tus conceptos sobre las diferencias entre la variable aleatoria continua y la variable aleatoria discreta.

1.2 FUNCIONES PROBABILÍSTICAS

Aprendizajes
• Calcular la probabilidad de la variable aleatoria. • Construir la gráfica de la función de distribución estocástica. • Calcular los valores de la función de distribución acumulada. • Identificar las características de la función valor esperado. • Calcular los valores de la función valor esperado.

La probabilidad de ocurrencia de que la variable aleatoria tome un valor determinado se refiere a la posibilidad que tiene la imagen de ese valor de aparecer o ser observado, con respecto al total de elementos del espacio muestral o dominio; es decir, son las veces que aparece un número del rango entre el total de los elementos del dominio. Matemáticamente la expresamos de la siguiente forma:

$$P(X_i) = \frac{\text{Veces que se repite un valor del rango}}{\text{Total de resultados del dominio}}$$

Por ejemplo, al lanzar una moneda ¿cuál será la probabilidad de que aparezca un águila?

Solución:

El **dominio** es Ω = (S, A) y el rango es R = (0, 1)

Como sólo aparece un águila en dos resultados posibles, la probabilidad de que esto ocurra es:

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

Función de probabilidad. Una vez determinadas las probabilidades de cada elemento del rango, la función de probabilidad (**fdp**) se representa en una tabla de dos renglones; un renglón representa los valores de la variable aleatoria y el otro, sus correspondientes probabilidades. El formato general de una fdp es el siguiente:

X_i	X_1	X_2	X_3	**...**	X_n
$P(X_i)$	$P(X_1)$	$P(X_2)$	$P(X_3)$	…	$P(X_n)$

Continuando con el ejemplo de la moneda tenemos que la fdp del problema es:

X_i	0	1
$P(X_i)$	½	½

Otra manera de construir la **función de probabilidad** (**fdp**) es ordenar en parejas las imágenes y las probabilidades de ocurrencia de cada elemento del dominio del experimento que dio origen a la variable aleatoria, siendo el primer elemento el valor del rango y el segundo elemento su respectiva probabilidad. Se expresa matemáticamente de la siguiente manera:

$$\textbf{fdp} = \{ (X_1, P(X_1)),\ (X_2, P(X_2)), \ldots\ldots\ldots\ldots, (X_n, P(X_n)) \}$$

Donde: X_n, es el elemento del rango y
$P(X_n)$, es la probabilidad de ocurrencia de cada elemento del rango.

Para el caso de la moneda, la función de probabilidad es:

$$\text{fdp} = \{(0, ½), (1, ½)\}$$

Una forma de comprobar si los cálculos han sido bien realizados, hasta este momento, es determinando la **función de distribución acumulada (fda)**. Ésta se refiere a la suma acumulativa de las probabilidades de cada uno de los elementos del rango de la variable aleatoria, teniendo como resultado el valor de 1 (recuerda que la probabilidad máxima es de 1 para la suma de los elementos del espacio muestral). La expresión resultante es la siguiente:

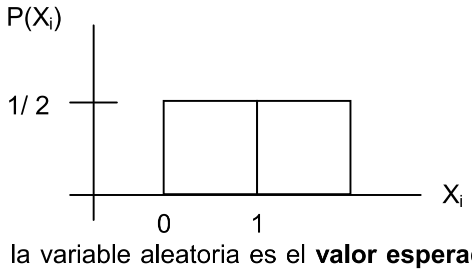
$$\textbf{fda} = \sum_{i=1}^{i=n} P(X_i)$$

Retomando el ejemplo de la moneda quedaría:

$$\text{fda} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

A partir de la tabla se puede construir una gráfica de probabilidad, donde los valores de la variable aleatoria se colocan en el eje horizontal y sus probabilidades en el eje vertical. Esta gráfica es una forma más de representar la fdp de la variable aleatoria.

La gráfica de nuestro ejemplo quedaría de la siguiente manera:



Un parámetro importante de la variable aleatoria es el **valor esperado o esperanza matemática** que se considera como **la media** de los datos de la variable aleatoria. Aplicado a los juegos de azar, el valor esperado se caracteriza por presentar dos casos: el de ganar y el de perder; en otras palabras, se tienen dos resultados conocidos como **éxito** y **fracaso**. Se refiere a un éxito cuando se gana, menos lo que se invierte, tomando la variable un valor positivo y se refiere a un fracaso todo lo que se pierde, tomando la variable un valor negativo.

Otra aplicación se presenta cuando se quiere predecir con cierto grado de certeza qué va a suceder con algún evento o situación, cuál es el volumen esperado de las ventas de un producto, etc. El valor esperado se explica en términos de la conveniencia o no de participar en algún evento.

El **valor esperado** se calcula sumando cada uno de los productos de las imágenes de la variable y su respectiva probabilidad utilizando la expresión siguiente:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} X_i P(X_i) = X_1 P(X_1) + X_2 P(X_2) + \ldots\ldots\ldots + X_n P(X_n)$$

Continuando con el caso de la moneda, su esperanza matemática será:

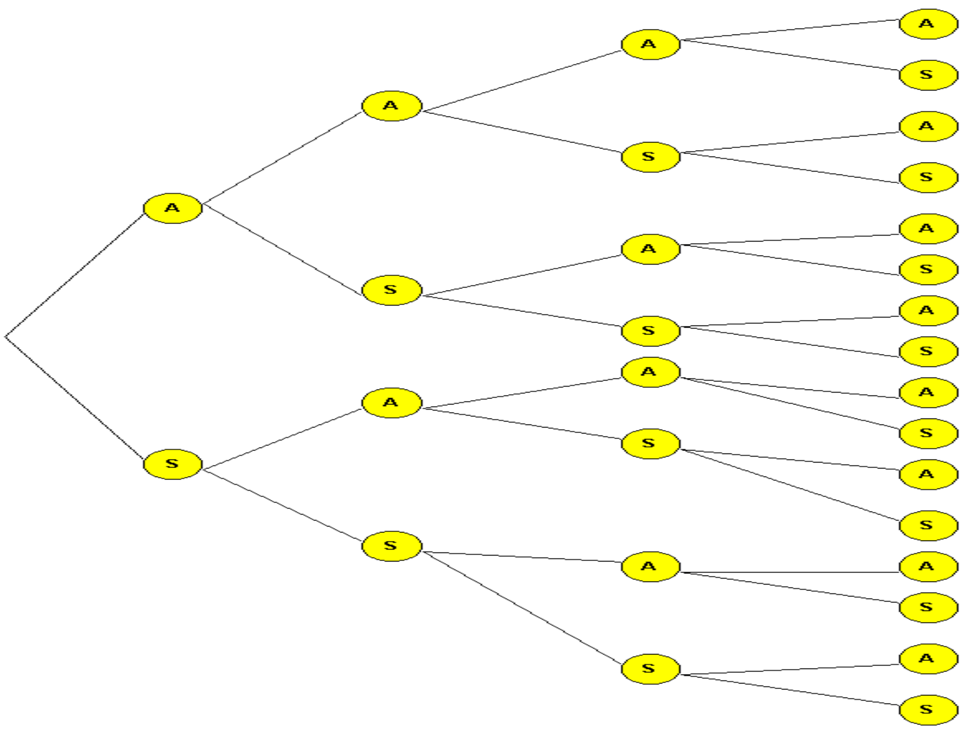
$$E(X) = (0)(1/2) + (1)(1/2) = 1/2 = 0.5 = 50\%$$

En conclusión, por cada vez que se realice el experimento existe el 50% de probabilidad de que aparezca un águila.

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

Un jugador tira cuatro monedas. Gana $20 si salen tres águilas, $10 si salen dos y $1 si sale un águila; por otra parte, el jugador pierde $30 si salen cuatro águilas o ninguna. A continuación se explicaran los pasos para construir la gráfica de probabilidades y poder indicar si es conveniente participar en el juego.

Paso 1. Determinar el **dominio** utilizando un diagrama de árbol. Se muestra a continuación:



Recuerda que debes seguir las líneas para formar los elementos del dominio, quedando éste de la siguiente forma:

Ω = { **AAAA, AAAS, AASA, AASS, ASAA, ASAS, ASSA, ASSS,**
SAAA, SAAS, SASA, SASS, SSAA, SSAS, SSSA, SSSS }

Paso 2. Determinar el conjunto **imagen**. De acuerdo con la variable aleatoria, la **imagen** de cada elemento del **dominio** es el número de águilas que aparecen en cada cuarteta. Por lo tanto, tenemos que para el primer elemento del dominio, la cuarteta AAAA, aparecen cuatro águilas, lo que simbólicamente puede ser expresado en la forma X (AAAA) = 4. Así, para todos los elementos del **dominio**, las imágenes quedarían como se muestra a continuación:

X (AAAA) = -$ 30	X (AAAS) = $ 20	X (AASA) =$ 20	X (AASS) =$ 10
X (ASAA) =$ 20	X (ASAS) = $ 10	X (ASSA) =$ 10	X (ASSS) =$ 1
X (SAAA) = $ 20	X (SAAS) = $ 10	X (SASA) = $ 10	X (SASS) =$ 1
X (SSAA) = $ 10	X (SSAS) =$ 1	X (SSSA) = $ 1	X (SSSS) = -$ 30

∴ R = { - $ 30, $ 1, $ 10, $ 20 }

Recuerda que sólo se ponen una vez los números aunque se repitan varias veces, ordenados de menor a mayor.

Paso 3. Calcular la **probabilidad** de cada elemento de la imagen con la fórmula de probabilidad y representándolas en una tabla.

Recuerda que $P(X_i) = \dfrac{\text{Veces que se repite un valor de la imagen}}{\text{Total de resultados del dominio}}$.

Se debe tomar al primer elemento del conjunto imagen como X_1, que para este caso es igual a cero. Su posibilidad de aparecer es uno y se tienen 16 resultados en total (elementos del dominio), por lo que la probabilidad queda expresada en la forma:

$$P(X_1 = 0) = 1/16$$

Procediendo de igual manera con todos los demás elementos se obtienen las diferentes imágenes relacionadas con los elementos del dominio. Finalmente los elementos de conjunto imagen y sus probabilidades correspondientes se concentran en la siguiente tabla:

X_i	- 30	1	10	20
$P(X_i)$	2/16	4/16	6/16	4/16

Paso 4. Determinar la **función de distribución acumulada**.

Como mencionamos anteriormente debemos comprobar si nuestros cálculos son correctos, y lo haremos determinando la **función de distribución acumulada** de acuerdo con la expresión matemática siguiente:

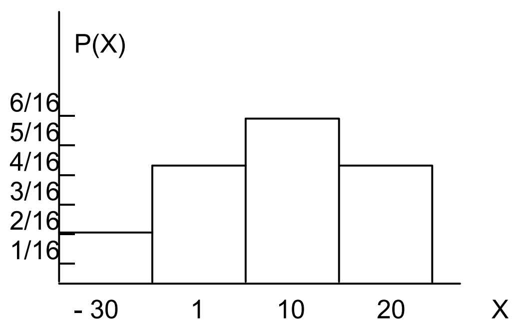
$$\textbf{fda} = \sum_{i=1}^{i=n} P(X_i)$$

Por lo tanto, la fda de la variable quedaría en la forma siguiente:

$$\textbf{fda} = \frac{2}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

Como sabemos que el valor máximo de la probabilidad es 1, podemos decir que están bien los cálculos, por lo tanto, podemos continuar determinando lo que falta.

Paso 5. Elaborar la **gráfica** de acuerdo con los valores que contiene la tabla fdp.



Paso 6. Determinar la conveniencia de participar en el juego.

Para saber si es conveniente participar en el juego, se determina el valor esperado para cada valor del rango de la variable, de acuerdo con las condiciones del problema.

Recuerda que en este caso los valores de la imagen son los que van en el paréntesis y los resultados son los valores del **éxito** o **fracaso**.

Antes de aplicar la fórmula del valor esperado es importante que observes que el subíndice de la variable indica el número de águilas observadas y el valor a la derecha del signo igual, la aplicación de la regla de correspondencia, quedando los valores de la variable establecidos de la siguiente manera.

$X_1 = 1$ $\quad$ $X_2 = 10$ $\quad$ $X_3 = 20$ $\quad$ $X_{0\ ó\ 4} = -30$

La fórmula a aplicar es la fórmula del valor esperado que se establece matemáticamente de la siguiente manera:

$$\boxed{E(X) = X_{0\ ó\ 4}\, P(X_{0\ ó\ 4}) + X_1\, P(X_1) + X_2\, P(X_2) + X_3\, P(X_3)}$$

Al sustituir los valores anteriores en dicha fórmula se obtiene:

$$E(X) = (-30)\left(\frac{2}{16}\right) + (1)\left(\frac{4}{16}\right) + (10)\left(\frac{6}{16}\right) + (20)\left(\frac{4}{16}\right)$$

$$E\ (X) = -\frac{60}{16} + \frac{4}{16} + \frac{60}{16} + \frac{80}{16} = \frac{84}{16} = 5.25$$

Por lo tanto, sí conviene participar en el juego, ya que se espera que él gane \$5.25 de participar un gran número de veces.

Ahora resuelve el siguiente planteamiento siguiendo el procedimiento anterior. Sea el experimento de lanzar 3 monedas. Sea Y la variable aleatoria: “si salen 3 soles gana \$50, si salen 2 soles gana \$40 y si sale 1 o ningún sol pierde \$20”.

I. Construye su gráfica de probabilidad.

II. Indica si es conveniente o no participar en el experimento.

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: Lee con atención los siguientes enunciados y anota sobre la(s) línea(s) la(s) palabra(s) que lo completen correctamente.

1. Cuando hablamos de esperanza matemática en los juegos de azar tenemos 2 resultados conocidos como ______________ y _____________________.

2. Cuando se trata de un caso desfavorable, al determinar la esperanza matemática la variable aleatoria toma un valor ____________________.

3. Si es un caso favorable o éxito la variable aleatoria va a tomar un valor _________________

4. En Estadística, la esperanza matemática es considerada como _____________________ de un conjunto de datos.

5. Al sumar las probabilidades de la variable aleatoria para alcanzar el valor máximo uno; nos estamos refiriendo a la función de _____________________________.

6. Una gráfica de probabilidad se construye colocando en el eje vertical ___________________________ y en el eje horizontal _________________________________.

INSTRUCCIONES: Lee con atención los siguientes planteamientos y realiza lo que se te solicita. Incluye en el espacio el desarrollo y obtén el resultado.

7. Un experimento consiste en lanzar dos monedas. Sea X la variable aleatoria definida por la regla: "número de águilas menos el número de soles", ¿cuáles son los diferentes resultados del rango?

8. Se lanza un dado no trucado. Sea Y la variable aleatoria definida por la regla: "asignar el número que aparezca".

I. ¿Cuál es la probabilidad de cada valor del rango?

II. Construye su gráfica de probabilidades.

9. Se lanza un dado y una moneda. Sea Z la variable aleatoria definida por la regla: “si sale número par asignarle el número 1 en caso contrario asignar el número 2”, ¿cuál es la probabilidad de los valores del rango?

10. Supongamos que una variable aleatoria tiene la distribución de probabilidad que se muestra en la tabla. ¿Cuál es su gráfica?

X_i	0	1	2	3	4
$P(X_i)$	1/11	2/11	4/11	3/11	1/11

11. Se gira una perinola de 6 caras numeradas del 1 al 6. Sea Y la variable aleatoria definida por la regla: “si se observa número primo en la cara superior elevar al cuadrado ese número, en caso contrario sumarle 2 al número observado”. Construye su gráfica de probabilidad.

12. Se lanzan dos monedas. Sea Z la variable aleatoria definida por: “número de águilas menos 2 veces el número de soles”. Calcula la función de distribución acumulada.

13. Se escoge al azar un elemento del conjunto A = { 3, 6, 9, 12, 15, 18}. Sea W la variable aleatoria definida por: “si el número es par asociarle el mismo número, si es impar sumarle 1”. Determina la función de distribución acumulada.

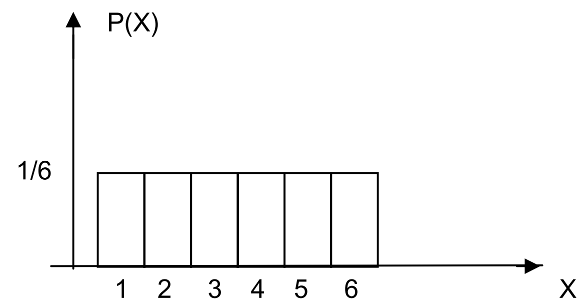
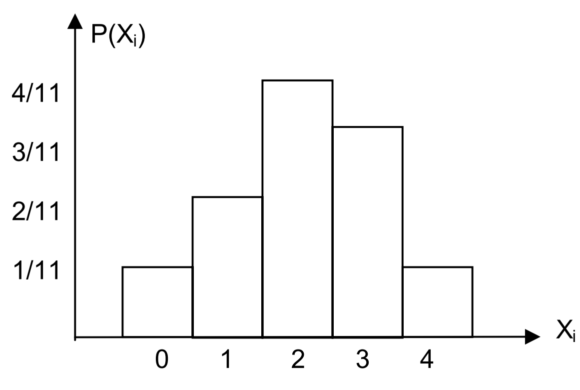
14. Se tiene una perinola de 8 caras numeradas del 1 al 8. Sea Y la variable aleatoria definida por la regla: “si el número observado es múltiplo de 2 multiplicar por 2, en caso contrario sumar 2”, ¿cuál es la función de distribución acumulada?

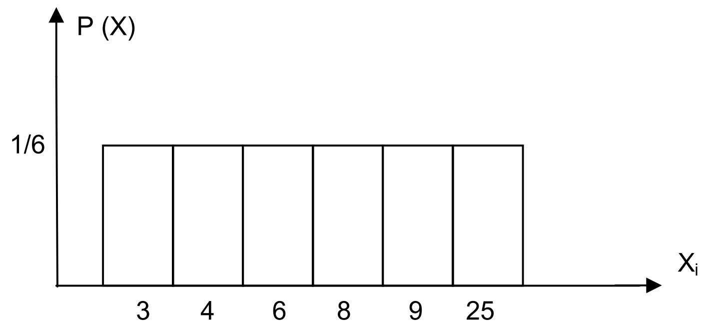
15. Se lanza un dado de 6 caras. Sea X la variable aleatoria definida por la regla: “si sale un número par gana $100 y si sale impar pierde $50”. ¿Conviene participar o no en el experimento?

16. Un vendedor de globos gana $7 por cada globo que vende, pero si sale defectuoso pierde $2. Si el 95% de los globos que produce no son defectuosos, ¿cuál es su ganancia esperada?

17. Sea X “el número de soles observados en las caras superiores al lanzar 2 monedas normales”. Obtener el valor esperado de la variable aleatoria.

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	éxito y fracaso
2	negativo
3	positivo
4	la media o promedio
5	de distribución acumulada
6	las probabilidades asociadas las imágenes de la variable
7	R = {-2, 0, 2}
8	**I** 1/6 **II** 
9	$P(X_1) = 6 / 12$ $P(X_2) = 6 / 12$
10	

11	La probabilidad de cada elemento de la imagen es: 1/ 6 
12	$fda = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$
13	$fda = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$
14	$fda = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$
15	$E(X) = (100)\left(\frac{3}{6}\right) - (50)\left(\frac{3}{6}\right) = 25$ Le conviene participar, ya que ganará $25 por cada vez que juegue.
16	$E(X) = (7)(0.95) - (2)(0.05) = 6.55$
17	$E(X) = (0)\left(\frac{1}{4}\right) + (1)\left(\frac{2}{4}\right) + (2)\left(\frac{1}{4}\right) = 1$

Sugerencias

Para de los problemas 1 al 6 lee en el texto las definiciones y características que tiene cada una de las variables.

Para los problemas 7 al 9 observa cuál es el dominio y verifica tus operaciones aritméticas.

Para el caso de los problemas 15 al 17 verifica el dominio y la imagen, así coma las veces que se repite un dato para conocer las probabilidades. Revisa las operaciones aritméticas.

UNIDAD 1

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

Cuentas con **90 minutos** para resolver los siguientes ejercicios

INSTRUCCIONES: Lee con atención los siguientes reactivos y realiza lo que se te solicita.

1. Una empresa compra 25 computadoras. Si se registra en una hoja el número de computadoras descompuestas y el número de computadoras en buen estado, ¿a qué tipo de variable se refiere?

2. Se controla la producción de leche de 10 vacas. Si la cantidad de leche se mide en litros, ¿a qué tipo de variable aleatoria se refiere?

3. Se selecciona al azar una carta de un mazo que tiene 6 cartas numeradas de la siguiente manera: 7, 8, 9, 10, 11 y 12. Sea W la variable aleatoria definida por la regla: “si la carta seleccionada muestra número par restar 2, en caso contrario sumar 1”. Determina el dominio de la variable aleatoria.

4. Se lanzan tres monedas. Sea Y la variable aleatoria definida por: “el número de soles observados en las caras superiores menos el triple de águilas”. Construya el rango de la función.

5. Se escoge al azar un número del conjunto A = $\{2, 4, 6\}$ y un elemento del conjunto B = $\{a, b, c\}$. Establezca cual es el dominio de la variable aleatoria.

6. Se giran dos perinolas (una de 5 caras y otra de 7 caras). Sea X la variable aleatoria definida como: "la suma de los elementos de cada pareja". Obtener la función de distribución acumulada.

7. Se extrae al azar una carta de un mazo que contiene 8 cartas numeradas del 1 al 8. Sea S la variable aleatoria definida por la regla: "si la carta extraída es par se multiplica el valor por 2, y si es impar se eleva al cubo el valor de la carta". Elabora la fdp de la variable aleatoria S.

8. En una bolsa hay 10 esferas numeradas del 1 al 10. Se selecciona al azar una de ellas. La variable aleatoria W se define por la regla siguiente: "si sale un número par se gana $50, en caso contrario pierde $30. ¿Cuál es el valor esperado de la variable?

UNIDAD 1

CLAVE DE RESPUESTAS

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	Discreta
2	Continua
3	Ω = { 7, 8, 9,10, 11, 12}
4	R = { -5,-9,-1,3}
5	Ω = { 2a, 2b, 2c, 4a, 4b, 4c, 6a , 6b, 6c }
6	$fda = \frac{1}{35} + \frac{2}{35} + \frac{3}{35} + \frac{4}{35} + \frac{5}{35} + \frac{5}{35} + \frac{5}{35} + \frac{4}{35} + \frac{3}{35} + \frac{2}{35} + \frac{1}{35} = \frac{35}{35} = 1$
7	$fdp = \left\{ (1,\frac{1}{8}),(4,\frac{1}{8}),(8,\frac{1}{8}),(12,\frac{1}{8}),(16,\frac{1}{8}),(27,\frac{1}{8}),(125,\frac{1}{8}),(343,\frac{1}{8}) \right\}$
8	$E(X) = (-30)\left(\frac{5}{10}\right) + (50)\left(\frac{5}{10}\right) = -15 + 25 = 10$

UNIDAD 2

FUNCIONES PROBABILÍSTICAS DISCRETAS

2.1 EXPERIMENTOS DE BERNOULLI

Aprendizaje
• Identificar las características básicas del experimento de Bernoulli.

Varias de las distribuciones de probabilidad discreta se basan en experimentos o procesos en los que se realiza una secuencia de pruebas llamada **Experimentos de Bernoulli**.

Los experimentos de Bernoulli tienen uno de dos resultados mutuamente exclusivos, que por lo regular se denotan como **éxito** o **fracaso**. Por ejemplo, el lanzamiento de una moneda, ya que sólo puede ocurrir uno de los dos resultados distintos: águila o sol.

Un éxito es lo que se espera como resultado y en caso que suceda lo contrario se considerará un fracaso. La probabilidad de un éxito es dada en cada planteamiento que se hace, y la de fracaso la obtienes restando uno menos la probabilidad de éxito.

Para que un experimento pueda ser considerado como un experimento de Bernoulli, éste debe tener las siguientes características:

- Hay **n** intentos independientes idénticos y repetidos (n es el valor de la muestra).
- Cada uno da lugar a exactamente dos resultados llamados éxito o fracaso, es decir, solo hay dos resultados posibles.
- La probabilidad **p** de un éxito permanece constante de un intento al otro, pues se muestrea con reemplazo.
- La probabilidad de fracaso **q** es igual a uno menos la probabilidad de éxito (**q = 1 – p**).
- La probabilidad de éxito más la probabilidad de fracaso es igual a uno. Al hablar de éxito se refiere a lo que deseamos que suceda de acuerdo con las estadísticas.

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

La semilla de trigo tiene un porcentaje de germinación del 83%. Al sembrar 32 semillas se desea saber la probabilidad de que germinen todas. Observa que se trata de un experimento de **Bernoulli** porque:

- Sabemos que el tamaño de la muestra es el total de los datos recolectados, por lo tanto, del planteamiento, observamos que $n = 32$ y son considerados como intentos independientes.

- Se considera como éxito el que germine una semilla y hay una probabilidad del 83% de que esto suceda. Ésta se representa en decimales de la siguiente forma: $p = 0.83$.

- Un fracaso es que no germine la semilla, por lo tanto, la probabilidad es de $q = 1 - p = 1 - 0.83 = 0.17$.

En el siguiente planteamiento indica si se trata de un experimento de Bernoulli.

En cierta universidad se gradúa el 35% de los estudiantes que ingresan. Se desea saber la probabilidad de que de cinco principiantes que recién ingresan se reciban cuatro.

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: Lee con atención los siguientes reactivos y contesta lo que se te pide. Anexa el procedimiento en los espacios.

1. Se inspecciona un paquete que contiene 100 camisetas, cada una se califica como "de primera calidad" o "irregular". Después de que se han inspeccionado las 100 camisetas, el número de irregulares se reporta como una variable aleatoria. Explica porqué se trata de un experimento de Bernoulli.

2. En el último lote de 100 piezas producidas por una máquina, 10 son defectuosas. Existe un 5% de probabilidad de que salgan defectuosas, si se toman 3 de 20. Explique si es un experimento de Bernoulli.

3. En una fertilización cruzada de plantas de especies similares, una produce el 20% de flores blancas y l el porcentaje restante de flores azules. Si de 10 plantas que había, 2 produjeron flores blancas. Explica si es un experimento de Bernoulli

4. En una campaña política contienden 6 partidos. Para conocer las preferencias del electorado se encuesta a 80 personas para saber por cual partido político votarán en las próximas elecciones. Explica si éste es un experimento de Bernoulli.

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	Se trata de un experimento de Bernoulli porque sólo existen dos resultados: camisetas irregulares y las no irregulares entre el total de camisetas. Donde n = 100; x = regular; p = irregulares / 100
2	Se trata de un experimento de Bernoulli porque un éxito es la pieza defectuosa, con n = 20; x = 3; p = 0.05.
3	Un éxito es tener una flor blanca y p = 0.20 con n = 10 y x = 2; por lo tanto, es un experimento de Bernoulli.
4	No se trata de un experimento de Bernoulli porque existen más de dos opciones para la variable. En condiciones de igualdad podemos suponer que la probabilidad de que un votante elija sufragar a favor de cualquier partido es de p = 1/6 ó 0.16, si el número de partidos es de 6.
Sugerencias	
Lee con atención cada planteamiento. Trata de identificar cada variable en el problema. Lee con atención las características de un experimento de Bernoulli.	

2.2 LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Aprendizajes
• Aplicar el modelo de la distribución Binomial en la resolución de problemas. • Calcular los parámetros de la distribución Binomial.

Para conocer la probabilidad de un experimento de Bernoulli se debe obtener un número específico de éxitos en un número fijo de intentos. La probabilidad de un éxito aislado se conoce como **distribución Binomial.**

Esto no se aplicará a problemas como los siguientes: saber el número de vestidos que una mujer puede probarse antes de comprar uno (donde el número de intentos no es fijo), verificar la afluencia de vehículos a un cierto crucero cada hora si el tránsito está congestionado (donde la probabilidad de éxito no siempre es constante). Sólo puede aplicarse en la solución de problemas cuando se cumplen cada una de las características de un experimento de Bernoulli y para cuando n < 100.

Para determinar la distribución de probabilidad de un experimento de Bernoulli se usa la siguiente fórmula:

$$\mathbf{P\,(X) = {}_{n}C_{x}\ p^{X}\ q^{\,n-x}}$$

Donde:

p = Probabilidad de éxito
q = Probabilidad de fracaso
n = Número de intentos o ensayos independientes
x = Número de éxitos (puede asumir cualquier valor entero de cero a n)
C = Simboliza una combinación del número de intentos con el número de éxitos. Recuerda que se obtiene aplicando la siguiente fórmula

$$\binom{n}{x} = {}_{n}C_{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Para resolver un problema de distribución Binomial utilizamos el siguiente procedimiento:

1. Identificar cuál es el éxito y cuál es el fracaso.
2. Identificar la probabilidad de éxito.
3. Calcular el valor de la probabilidad de fracaso q = (1 - p).
4. Identificar el valor de n.
5. Encontrar los valores posibles de x, el número de éxitos.
6. Usar la fórmula de distribución Binomial para encontrar la probabilidad.
7. Identificar qué rango de probabilidad se está pidiendo. Esto significa que:

- Si es exactamente la probabilidad de x = k, tenemos:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^{k} q^{n-k}$$

- Si aparecen las frases “a lo más”, “cuando mucho”, “como máximo”, en el planteamiento de un problema, se utiliza la expresión:

$$P(X \leq k) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + \ldots + P(X = k)$$

- Si aparecen las frases “por lo menos”, “como mínimo”, en el planteamiento de un problema se empleará la expresión:

$$P(X \geq k) = 1 - \{ P(X = 0) + P(X = 1) + \ldots + P(X = k - 1) \}$$

Donde: k es cualquier número entero y positivo.

Ejemplo: Un estudio reciente mostró que 60% de los estudiantes universitarios fuman. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir a cinco estudiantes?

I) Tres de ellos fumen
II) “A lo más” tres de ellos fumen
III) “Por lo menos” tres de ellos fumen

Observa en el siguiente cuadro los pasos del procedimiento de solución para cada uno de los planteamientos anteriores.

<table>
<tr><td colspan="6">Tamaño de la muestra: n = 5</td></tr>
<tr><td colspan="6">Número de éxitos: I) x = 3 II) x ≤ 3 III) x ≥ 3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Éxito que fumen: p = 60% = 0.6</td><td colspan="3">Fracaso que no fumen: q = 40% = 0.4</td></tr>
<tr><td colspan="2">I
Como el número es igual se tiene:

$P(X = 3) = {}_{5}C_{3}\,(0.6)^{3}\,(0.4)^{5-3} = (10)(0.216)(0.16) = 0.3456$

∴ Se tiene un 34.56% de probabilidad que tres estudiantes fumen.</td><td colspan="2">II
Como aparece la palabra “a lo más”:
$P(X \leq 3) = P(x = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$

$P(X \leq 3) = 0.0102 + 0.0768 + 0.2304 + 0.3456 = 0.6630$

Existe un 66.30% de probabilidad que a lo más tres estudiantes fumen.</td><td colspan="2">III
Como aparece la palabra “por lo menos”:
$P(X \geq 3) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)\}$

$P(X \geq 3) = 1 – (0.0102 + 0.0768 + 0.2304) = 0.6826$

Hay un 68.26% de probabilidad que al menos tres estudiantes fumen.</td></tr>
</table>

NOTA: Los valores de n, p y q permanecen constantes de un caso a otro, solamente varía el valor de x. Más adelante se establece el procedimiento para obtener los valores que aparecen.

En algunos casos, el calcular una distribución Binomial de probabilidad es laborioso y tardado, por lo que una forma de reducir trabajo y tiempo es utilizando la TABLA 1 (distribución Binomial), que ya están elaborada. (Ver anexos).

Para poder utilizar la tabla se debe realizar lo siguiente:

1. Se identifica el valor de **x**, **n** y **p** del problema.
2. Se localizan los valores correspondientes en la tabla.
3. Cualesquiera que sea el valor de **n** y **x,** se sigue una línea recta horizontal hacia la derecha y a partir de los valores de **p** se sigue una línea recta vertical hacia abajo, y donde se cruzan ambas líneas es el valor de la probabilidad que estamos buscando.

Por ejemplo, si tenemos que **n** = 5, **x** = 4 y **p** = 0.5
Buscando en la tabla los valores, ¿cuál es la probabilidad de éxito?

		P						
n	x	0.01	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	**0.50**
5	0							
	1							
	2							
	3							
	4							**0.1560**
	5							

Por lo tanto, la probabilidad que buscamos es de **0.1560 ó 15.60%** (la probabilidad se expresa en tres formas básicas: como un decimal, como un porcentaje o como una fracción).

Los parámetros de una distribución de probabilidad Binomial son la media y la desviación estándar y pueden encontrarse aplicando las siguientes fórmulas.

La **media** se representa con la letra griega μ (mu).

$$\boxed{\mu = np}$$

La **desviación estándar** representada con la letra griega σ (sigma).

$$\boxed{\sigma = \sqrt{npq}}$$

Por ejemplo, se tiene un experimento con n = 10, p = 0.90 y q = 0.10.

La **media** es: $\mu = np = (10)\,(0.9) = 9$

La **desviación estándar** es: $\sigma = \sqrt{(10)(0.9)(0.1)} = \sqrt{0.9} = 0.9486$

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

El 90% de los artículos electrodomésticos que produce una fábrica no tienen defecto.

Observa el procedimiento que se realiza para conocer la probabilidad de que en un lote de 8 artículos se encuentren:
I.

A. Tres defectuosos
B. *Al menos* 3 defectuosos
C. *A lo más* 3 defectuosos

II. También observa cómo se calcula la media y la desviación estándar.

I. **Solución:**
A. Tres artículos defectuosos.

Paso 1. Identificar los datos de la variable:

$$n = 8, \quad x = 3, \quad p = 0.10, \quad q = 0.90$$

Paso 2. Aplicar la fórmula de distribución Binomial:

$$\boxed{P(X) = {}_nC_x \; p^x \; q^{n-x}}$$

$$P(X = 3) = {}_8C_3 \, (0.1)^3 (0.90)^{8-3} = 0.03306$$

En este caso es sencillo obtener el resultado, pero utilizaremos la TABLA 1 en todos los problemas siguientes.

Por tablas tenemos que: $P(X = 3) = 0.033$ solamente se redondea el último número.

Existe un 3.3% de que 3 artículos sean defectuosos

B. *Al menos* tres artículos sean defectuosos

Recuerda que los valores de n, p y q permanecen constantes en todos los casos, sólo cambia el valor de x. En este caso aparece la frase **al menos** tres, lo que significa que $X \geq 3$.

Paso 1. Utilizar la expresión:

$$\boxed{P(X \geq k) = 1 - \{ P(X = 0) + P(X = 1) + \ldots + P(X = k - 1) \}}$$

Al sustituir tenemos que: $P(X \geq 3) = 1 - \{ P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \}$

Paso 2. Usar la TABLA 1para obtener la probabilidad de cero, uno y dos, para después restársela a uno:

$$P(X \geq 3) = 1 - \{ 0.430 + 0.383 + 0.149 \} = 0.038$$

Existe una probabilidad del 3.8% de que al menos 3 sean defectuosos.

C. *A lo más* tres artículos sean defectuosos

Recuerda cuáles son los valores que permanecen constantes en todos los casos.

Paso 1. Utilizar la expresión:

$$P(X \leq k) = P(X = 0) + P(X = 1) + \ldots P(X = k)$$

Paso 2. Utilizar la tabla para determinar las probabilidades de uno, dos y tres, para después sumarlas:

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0.430 + 0.383 + 0.149 + 0.0330 = 0.995$$

Existe una probabilidad del 99.5% de que a lo más 3 sean defectuosos.

II. **Solución**

Encontrar la media y la desviación estándar

De acuerdo con las fórmulas tenemos que:

Media	Desviación estándar
$\mu = np$	$\sigma = \sqrt{npq}$

La media vale: $\mu = (8)(0.1) = 0.8$

La desviación estándar es: $\sigma = \sqrt{(8)(0.1)(0.9)} = \sqrt{0.72} = 0.8485$

Resuelve el siguiente planteamiento realizando el procedimiento anterior.

Un artículo médico del 1° de diciembre de 1994 indica que sólo alrededor del 60% de las personas que requieren un transplante de médula encuentra un donante idóneo, cuando acuden a buscarlo en los registros de donantes no emparentados. Suponiendo que existe un grupo de 10 personas que requieren un transplante de médula.

I. Obtén la probabilidad de que:

A. las 10 personas encuentren un donante idóneo.

B. al menos 8 encuentren un donante idóneo.

C. a lo más 5 encuentren un donante idóneo.

II. Encuentra la media y la desviación estándar

UNIDAD 2

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: Lee con atención los siguientes reactivos y contesta lo que se te pide. Anexa el procedimiento en los espacios.

1. Un estudio reciente mostró que el 80% de los estudiantes universitarios asisten a la biblioteca. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar a diez estudiantes de esa Universidad, cuatro acudan a la biblioteca?

2. Se encontró que el 40% de las personas que acampan en un lugar de veraneo sufren de irritación cutánea debida a una ortiga. Si 8 estudiantes acuden a dicho campamento este verano, encuentra la probabilidad de que:

I. Todos padezcan de irritación cutánea.

II. Dos padezcan la molestia cutánea.

III. A lo más tres sufran los efectos de la ortiga.

IV. Por lo menos 7 presenten irritación de la piel.

3. Se ha observado que Ricardo logra 60% de sus tiros libres en los partidos de básquetbol. Calcula la probabilidad de que Ricardo logre:

I. Tres de los siguientes 6 tiros.

II. Todos los 4 tiros siguientes.

4. La probabilidad de que un paciente se recupere de una cirugía de pulmón es 0.95. Si 25 personas se someten a esta cirugía, encuentra:

I. La media.

II. La desviación estándar.

5. David y Ricardo están jugando a tirar un dado. Si el dado muestra el 2, 3 o 4 gana David, de lo contrario gana Ricardo; si el dado se lanza tres veces, encuentra, para el número de veces que gana David:

I. La media.

II. La desviación estándar.

6. El 75% de los automóviles extranjeros vendidos en EU en 1984 ahora están “cayendo en pedazos”. Si se toman 5 automóviles como muestra aleatoria, determina:

I. La media.

II. La desviación estándar.

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	$n = 10$ $x = 4$ $p = 80\%$ $q = 20\%$ $p(x = 4) = {}_{10}C_4\,(0.6)^4\,(0.4)^6 = 0.0017$ ó 0.17%
2	I $n = 8$ $p = 0.4$ $q = 0.6$ $P(x = 8) = {}_8C_8\,(0.4)^8\,(0.6)^0 = 0.001$ ó 0.1% II $P(x = 2) = {}_8C_2\,(0.4)^2\,(0.6)^6 = 0.209$ ó 20.9% III $P(x \leq 3) = p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2) + p(x = 3) = 0.017 + 0.090 + 0.209 + 0.279 = 0.595$ ó 59.5% IV $P(x \geq 7) = 1 - \{p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2) + p(x = 3) + p(x = 4) + p(x = 5) + p(x = 6)\}$ $= 1 - (0.017 + 0.090 + 0.0209 + 0.279 + 0.232 + 0.124 + 0.041 = 1 - 0.992 = 0.008$ ó 0.8% *Observación: Puede calcularse , alternativamente, P(x ≥ 7) en la forma común; es decir: P(x ≥ 7) = P(x = 7) + P(x = 8). En este sentido, el estudiante debe evaluar cuando es recomendable y cuando no emplear la expresión:* *P(x ≥ k) = 1 – P(x < k - 1). Se sugiere emplear el camino más corto al momento de realizar los cálculos para economizar tiempo de respuesta.*
3	I $n = 6$ $x = 3$ $p = 0.6$ $q = 0.4$ $P (x = 3) = 0.276$ ó 27.6% II $P (x = 4) = 0.130$ ó 13%
4	$P = 0.95$ $n = 25$ $q = 0.05$ $\mu = 23.75 \approx 24$ $\sigma = 1.089$
5	$n = 3$ $p = \frac{3}{6}$ I $\mu = 1.5 \approx 2$ II $\sigma = 0.866$
6	$N = 5$ $p = 0.75$ I $\mu = 3.75 \approx 4$ II $\sigma = 0.968$

Sugerencias
En el caso de los problemas 1 al 3, identifica cuidadosamente si los eventos que se tienen son independientes y si n es menor que 100 datos, para que pertenezca a un experimento de Bernoulli. En los problemas del 4 al 6 debes tener cuidado al utilizar la expresión de la distribución de Bernoulli, al sustituir los valores de las variables y al hacer las operaciones aritméticas. A usar las tablas localiza correctamente los valores de n, x y p, usa una regla. Al establecer los problemas de x identifícalo correctamente de acuerdo con la frase que aparezca en el planteamiento.

2.3 DISTRIBUCIÓN DE POISSON

Aprendizajes
• Aplicar el modelo de la distribución de Poisson en la resolución de problemas. • Identificar las características del modelo de Poisson.

El cálculo de probabilidades binomiales puede ser tedioso, especialmente si el número de intentos es grande. Cuando la muestra es mayor que 100 datos y su media menor que 10 las probabilidades binomiales pueden aproximarse mediante una forma particular de la función de probabilidad de Poisson que se define por la fórmula siguiente:

$$\boxed{p(x = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}}$$

Donde el parámetro λ es mayor que 0 y es considerado como la media de la distribución de Poisson. Los otros elementos de la fórmula se identifican en la forma siguiente:

e = constante que vale 2.7182818284590452353602874713527 ≈ 2.7182
k = valores enteros en el intervalo 0 ≤ k ≤ n.
λ = np

Ejemplo:

Encuentra la probabilidad P(X = 2) si **n** = 400 y **p** = 0.01

Calculando λ

$$\lambda = np = (400)(0.01) = 4$$

Sustituyendo en la fórmula:

$$P(X = 2) = \frac{(4)^2 (2.7182)^{-4}}{2!}$$

$$P(X = 2) = \frac{(16)(0.1831)}{2 \bullet 1}$$

$$\therefore\ P(X = 2) = 0.1465 \text{ ó } 14.65\%$$

La distribución de Poisson se usa para determinar la probabilidad del número de éxitos que tiene lugar por unidad de tiempo o de espacio, más que un número especifico de intentos; además de utilizarla para aproximar probabilidades binomiales cuando n ≥ 100 y μ < 10; pudiendo usarla también para determinar probabilidades asociadas con experimentos referentes a fenómenos aleatorios, como el número de llamadas telefónicas, errores en una página, etc.

Para encontrar los valores de las probabilidades también se usan tablas ya elaboradas, donde sólo debemos conocer el valor de x y λ. Para usar la TABLA 2 (Probabilidad de Poisson) se sigue el mismo procedimiento que en la de distribución Binomial.

Usando el ejemplo anterior tenemos que:

	λ			
X	0.01	1.0	.....	**4.0**
0				
1				
2				**0.1465**

P(X = 2) = 0.1465

En este caso las tablas ya tienen los valores redondeados.

Para determinar las probabilidades cuando aparecen las palabras “cuando más”, “como máximo”, “cuando mucho”, “por lo menos”, “como mínimo”, se utilizarán las mismas expresiones que en el caso de la distribución Binomial.

Si un experimento referente a procesos relacionados con el espacio satisface las tres condiciones siguientes, se denomina experimento de Poisson.

1. El número promedio de veces (λ) que ocurre un éxito por cada unidad de tiempo o de espacio es constante.

2. La probabilidad de más de un suceso en una unidad de tiempo o de espacio es muy pequeña.

3. El número de acontecimientos en intervalos ajenos de tiempo o espacio es muy pequeño.

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

Doscientos estudiantes de medicina presentan el examen de admisión al Colegio de Medicina y la probabilidad de que alguien obtenga un puntaje promedio de 16 es de 0.001. A continuación se te presentan los pasos que se realizan para calcular las probabilidades que se solicitan:

I. Dos estudiantes obtengan un puntaje de 16.

Paso 1. Identificar las variables:

n = 200, p = 0.001; por lo tanto, λ =(200)(0.001) = 0.2

Paso 2. Sustituir en la fórmula de Poisson:

$$\boxed{p(x = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}}$$

$$P(X = 2) = \frac{(0.2)^2 (2.7182)^{-0.2}}{2 \bullet 1} = 0.016 \text{ ó } 1.6\%$$

Por las tablas tenemos que:

P(X = 2) = 0.0164 ó 1.64%

II. Al **menos** dos estudiantes consigan un promedio de 16.

Paso 1. Utilizar la misma expresión de la **distribución Binomial** dado que aparece la frase **al menos**.

$P(X \geq 2) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1)\}$

Paso 2. Obtener los valores de la TABLA 2 (distribución de Poisson)

$P(X \geq 2) = 1 - \{0.8187 + 0.1637\} = 0.0176$ ó 1.76%

III. A lo **más** dos aspirantes logren el 16 de promedio.

Paso 1. Usar la expresión de la **distribución Binomial** donde aparece la frase **no más de**.

$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0.8187 + 0.1637 + 0.016 = 0.9984$ ó 99.84%

Resuelve el siguiente planteamiento realizando el procedimiento del primer problema.

Los registros de policía muestran que hay un promedio de 3 accidentes por semana en la ruta 40. Si suponemos que esos percances siguen una distribución de Poisson, determina la probabilidad de que durante cierta semana seleccionada al azar haya:

I. Cuatro accidentes.

II. Cuatro o cinco accidentes.

III. A lo más 3 accidentes.

IV. Al menos 3 percances.

UNIDAD 2

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: Lee con atención los siguientes reactivos y realiza lo que se solicita. Anexa el procedimiento en los espacios.

1. Suponga que la probabilidad de sacar una esfera amarilla de una caja es de 0.04. Si la caja contiene 100 esferas, obtén la probabilidad de que en una caja:

I. Cuatro sean amarillas.

II. Cuando más 2 sean amarillas.

III. Cuando menos una sea amarilla.

2. Ciento cincuenta estudiantes principiantes de leyes presentan el examen para ingresar a la barra de abogados de un estado. La probabilidad de que un estudiante de primer año pase ese examen es de 0.05. Calcula la probabilidad de que:

I. Ocho estudiantes pasen el examen.

II. Al menos tres aspirantes pasen el examen.

III. A lo más dos estudiantes aprueben.

3. Una escuela tiene 2 000 estudiantes y se sabe que 3 de cada 1 000 estudiantes tienen auto nuevo. Calcula la probabilidad de encontrar en esa escuela:

I. Exactamente 4 estudiantes con auto nuevo.

II. Cuando más 2 estudiantes con auto nuevo.

III. Cuando menos 2 estudiantes con auto nuevo.

4. La probabilidad de que un aeroplano comercial choque durante el vuelo es de 0.0001. Se toma una muestra de 30 000 aeroplanos y se desea comprobar esta probabilidad. Explica si se trata de una distribución de Poisson.

5. En una escuela se sabe que tres estudiantes de cada mil tienen auto nuevo. Se toma una muestra de 2 000 estudiantes para comprobar esta afirmación. Explica si se trata de una variable de Poisson.

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de Pregunta	Respuesta correcta
1	I P = 0.04 n = 100 λ = 4 P (x = 4) = 0.1954 ó 19.54% II P(X $\leq$ 2) = P(X= 0) + P (X=1) + P(X=2) = 0.0183 + 0.0733 + 0.1465 = 0.2381 III P(X $\geq$ 1) = 1 – 0.0183 = 0.9817 ó 98.17%
2	I P = 0.05 n = 150 λ = 7.5 P(x = 8) = 0.1374 ó 13.74% II P (x $\geq$ 3) = 0.9797 ó 97.97% III P(x $\leq$ 2) = 0.0203 ó 2.03%
3	I P = $\frac{3}{1000}$ n = 2000 λ = 6 P (x = 4) = 0.1339 ó 13.39% II P(x $\leq$ 2) = 0.062 ó 6.2% III P(x $\geq$ 2) = 1 – 0.0174 = 0.9826 ó 98.26%
4	Como la muestra es mayor que 100 y la media es menor que 10, se trata de una variable de Poisson.
5	Se trata de una variable Poisson porque n es mayor que 100 y la media es menor que 10.

Sugerencias
En los problemas 1, 2 y 3 debes aplicar la fórmula correctamente, hacer las operaciones aritméticas e identificar los valores de **x**, **p** y **n**. Aplica las expresiones correctamente dependiendo de las frases (“no más de”, “al menos”) que aparece en cada planteamiento. En los problemas 4 y 5 identifica cuánto vale la media y cual es el tamaño de muestra. Utiliza adecuadamente la tabla 2 cuando es λ es número entero y cuando es decimal.

EJERCICIOS DE AUTO EVALUACIÓN

Cuentas con un tiempo máximo de 90 minutos.

INSTRUCCIONES: Lee con atención los siguientes reactivos y realiza lo que se te solicita.

1. Al probar cierta clase de llanta para tractor sobre un terreno escabroso, se encontró que el 25 % de los tractores no terminaban la prueba sin experimentar un pinchazo. De los 5 siguientes de 15 en total sufrieron este problema. Identifica si se trata se un experimento de Bernoulli.

2. La proporción de estudiantes que egresan de la secundaria es de 5 de cada 7 que ingresan a primer año. Se toma una muestra de 6 estudiantes.

I. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno egrese de la secundaria?

II. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos egresen de la escuela?

3. El 2% de todos los radios fabricados por la "AJAX Company" son defectuosos. De un lote de 50 radios defectuosos encuentre:

I. La media.

II. La desviación estándar.

4. El 2% de las llantas producidas por una fábrica son defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que en 200 llantas?

I. Se encuentren 7 llantas con defecto.

II. A lo más 2 llantas tengan defecto

III. Al menos 2 llantas tengan defecto

5. Se sabe que 3 de cada 100 estudiantes tienen computadora nueva. Si la escuela tiene 2000 estudiantes en total y se desea comprobar si la distribución de los estudiantes con computadora nueva sigue una distribución de Poisson. Identifica si la distribución es efectivamente de Poisson o no.

CLAVE DE RESPUESTAS

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	El tamaño de la muestra es menor que 100 (n = 15); el éxito es un tractor con pinchazo, la probabilidad es p = 25%. Se trata de un experimento de Bernoulli.
2	**I** N = 6 p = 5/7 q = 2/7 x = 0 P (x = 0) = $\binom{6}{0}\left(\frac{5}{7}\right)^0\left(\frac{2}{7}\right)^6 \approx$ .0005 ó 0.05% **II** P (x ≥ 2)=1 - $\left\{\binom{6}{0}\left(\frac{5}{7}\right)^0\left(\frac{2}{7}\right)^6+\binom{6}{1}\left(\frac{5}{7}\right)^1\left(\frac{2}{7}\right)^5\right\}$ P = 5/7 P (x ≥ 2) = 1 – {.0005+.0081} = 1 - .0086= 0.9914 ó 99.14%
3	n = 50 p = 0.02 q = 0.98 μ =(0.02)(50) =1 $\sigma = \sqrt{50(0.02)(0.98)} = 0.9899$
4	**I** X = 7 p = 0.02 n = 200 λ = 4 Por tablas P (x = 7) = 0.0595 ó 5.95% **II** P (x ≤ 2) = p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2) P(x ≤ 2) = 0.0183 + 0.0733 + 0.1465 = 0.2381 ó 23.81% **III** P(x > 2) = 1- (0.0183 + 0.0733) = 1 - .0916 = 0.9084 ó 90.84%
5	El tamaño de la muestra es mayor por 100 datos; por lo tanto, se trata de una distribución probabilística de Poisson.

UNIDAD 3

FUNCIONES PROBABILÍSTICAS CONTINUAS

3.1 DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

Aprendizajes
• Calcular los valores estandarizados de una variable aleatoria continua. • Aplicar el concepto de área bajo la curva normal en la resolución de problemas.

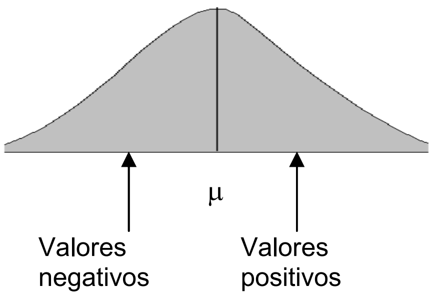
El comportamiento de una variable aleatoria continua se puede conocer a través de un procedimiento llamado **distribución normal o de Gauss**, que se considera como uno de las más importantes dentro de la Estadística. Hay una cantidad ilimitada de variables aleatorias continuas que tienen una distribución normal.

Para determinar sus valores de probabilidad se utiliza la siguiente función:

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

La gráfica de una variable aleatoria continua **es una línea sin huecos.** La **función de distribución normal es una curva en forma de campana o montaña**. Se construye colocando una línea horizontal y sobre ella se traza la curva en forma de campana como se muestra en la siguiente figura, colocándose en la parte central una línea recta vertical que divide a la gráfica en dos partes iguales. Del lado derecho se encuentran los valores mayores de μ y del izquierdo los menores.

En el caso de una función normalizada $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, a la derecha de **μ** los valores son positivos y a la izquierda son valores negativos, ya que la estandarización consiste en transformar la media a cero y la desviación estándar a uno; es decir μ **= 0** y **σ = 1.**



No usaremos la fórmula para la solución de problemas ya que es complicada su aplicación; es preferible utilizar la TABLA 3 (distribución normal) que está “estandarizada”, de modo que ésta puede usarse para encontrar las probabilidades de todas las combinaciones de valores de las medias y desviación estándar para toda variable que presente una distribución normal. En esta tabla no existen valores negativos.

Para poder ocupar la TABLA 3, tendremos que transformar los valores de **x** a un valor estándar representado con la letra **z.** Para ello utilizaremos la fórmula:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Donde:

x = dato de la muestra
μ = media
σ = desviación estándar

Ejemplo: Dados los siguientes datos: **x** = 100, μ = 100 y σ = 16, ¿cuál es el valor estándar de x?

Fórmula	Sustituyendo
$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$	$z = \frac{100 - 100}{16} = \frac{0}{16} = 0$

Nota: Si los valores que nos proporcionan son de z, ya no es necesario transformar y se va directamente a buscar las probabilidades en la TABLA 3.

La distribución normal estándar acumulada presenta las siguientes propiedades:

- El área total bajo la curva normal es igual a 1 por tratarse de una curva probabilística
- Su gráfica tiene forma de campana y es simétrica; se extiende indefinidamente en ambas direcciones a lo largo del eje de las X, pero sin tocarlo
- Tiene una media μ = 0 y una desviación estándar σ = 1
- El área acumulada bajo la curva la representaremos por Φ(z), que es el área desde z = -3.49 hasta z = 3.49 (de hecho, el área bajo la curva normal estandarizada en esta región es de 0.9996 ó 99.96%)
- No hay probabilidades negativas, ya que se trata de un área bajo la curva
- Como la curva es simétrica, valen lo mismo los valores positivos y negativos de z para áreas iguales

Para resolver un problema de distribución normal se realizan los siguientes pasos:

1. Identificar cada uno de los datos que se dan en el planteamiento (media, desviación estándar y tamaño de la muestra).

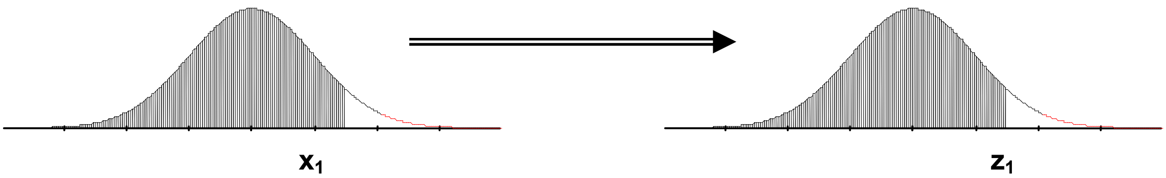
2. Transformar los valores de **x** a valores **z** (si es que no están estandarizados) utilizando la siguiente fórmula:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

3. Construir la gráfica de **z.**

Para ello se dibuja la gráfica de campana y se ilumina el área comprendida entre – 3.49 y el valor dado, de la siguiente forma:

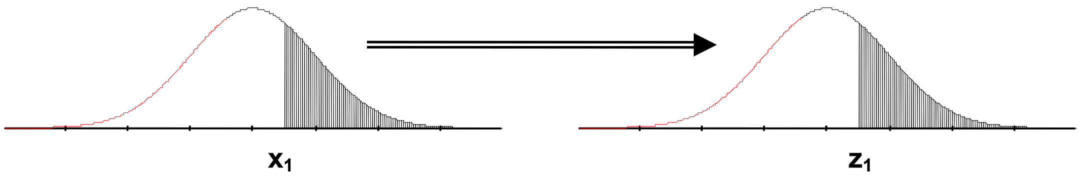
a) Si la probabilidad **está localizada a la izquierda** de un valor x_1, se estandariza para buscarla en z; como la tabla está construida para este tipo de áreas, el valor del área se busca directamente en la tabla. La gráfica representativa queda de la siguiente forma:



La probabilidad que buscamos se determina con la expresión:

$$\boxed{P\ (x < x_1) = P\ (z \le z_1) = \Phi(z_1)}$$

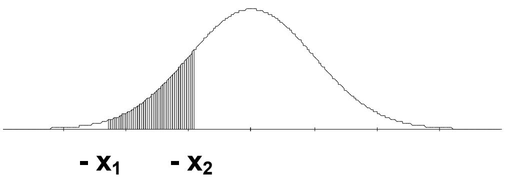
b) Si la probabilidad **está a la derecha** de un valor x_1, se estandariza para buscar en la tabla de z. Puesto que la tabla solo contiene valores a la izquierda del valor conocido x_1, empleando la regla del complemento le restamos a 1 el valor obtenido en la tabla para obtener el valor de probabilidad del lado derecho, quedando la gráfica representativa de la siguiente forma:

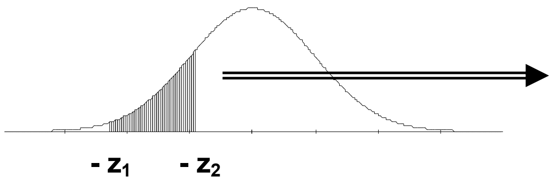


Para este caso se aplica la siguiente expresión:

$$\boxed{P\ (x > x_1) = P\ (z \ge -z_1) = 1 - P\ (z \le z_1) = 1 - \Phi(z_1)}$$

c) Si la probabilidad **está entre - x_1** y **- x_2,** se estandarizan los valores para buscar entre **- z_1** y **- z_2.** Como la tabla de z es acumulativa, para calcular esta área restaremos al valor de área mayor el valor de área menor, para así obtener solo la probabilidad de la franja de interés, quedando la gráfica representativa de la siguiente forma:

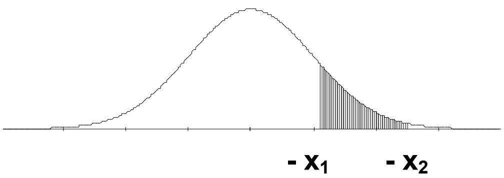


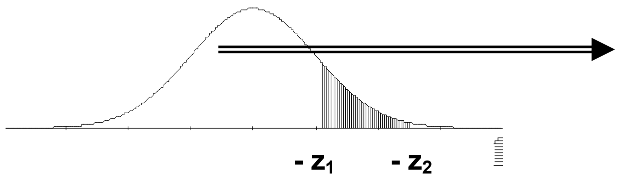


Aplicándose la expresión siguiente:

$$P(-x_1 < x < -x_2) = P(-z_1 \leq z \leq -z_2) = P(z \leq -z_2) - P(z \leq -z_1) = \Phi(-z_2) - \Phi(-z_1)$$

d) Si la probabilidad **está entre x_1** y **x_2** se operará como en la forma anterior, considerando ahora que tanto **x_1** como **x_2** son ambas positivas. La gráfica representativa queda de la forma siguiente:

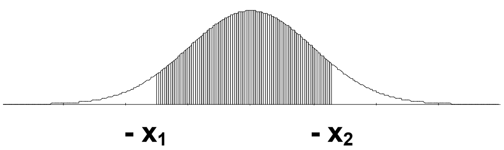


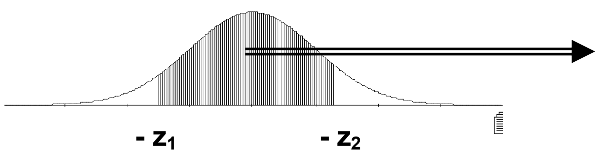


La probabilidad se determina aplicando la expresión:

$$P(x_1 < x < x_2) = P(z \leq z_2) - P(z \leq z_1) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1)$$

e) Si la probabilidad **está entre** - **x_1** y **x_2** se estandarizan y se resta al área acumulativa mayor, el área acumulativa menor. La gráfica representativa es la siguiente:





La expresión matemática a utilizar es ahora la siguiente:

$$P(-x_1 < x < x_2) = P(-z_1 \leq z \leq z_2) = P(z \leq z_2) - P(z \leq -z_1) = \Phi(z_2) - \Phi(-z_1)$$

f) Si la probabilidad es **menor que – x_1** o **mayor x_2** , éstos se estandarizan y se buscan en la tabla - Z_l y Z_2. Para obtener el resultado final se suma al acumulativo de – Z_1 la resta de 1 menos el acumulativo de Z_2; en otras palabras, el resultado final se obtiene restándole a 1 el acumulativo de Z_2 y sumándole el acumulativo de Z_1. Su gráfica representativa es la siguiente:

Su expresión matemática queda de la siguiente manera:

$$P(x < -x_1) + P(x > x_2) = P(z \leq -z_1) + P(z \geq z_2) = 1 + P(z \leq -z_1) - P(z \leq z_2) = 1 + \Phi(-z_1) - \Phi(z_2)$$

g) Si la probabilidad es exactamente igual a X_1, se crea un intervalo sumando y restando una cifra "suficientemente" pequeña Δx para formar el intervalo (en la práctica se acepta comúnmente que Δx = 0.5). La gráfica representativa sería la siguiente:

La expresión matemática queda como sigue:

$$P(x = x_1) = P\left(\frac{x_1 - 0.5 - \mu}{\sigma} \leq z \leq \frac{x_1 + 0.5 - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x_1 - 0.5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 + 0.5 - \mu}{\sigma}\right)$$

De acuerdo con la probabilidad de la variable que se quiere conocer, es la parte de la gráfica que se ilumina; por lo tanto, se aplicarán las expresiones que se encuentran debajo de cada una de ellas para resolver problemas de distribución normal.

4. Usar la TABLA 3 para encontrar las probabilidades.

Para ello sólo debemos conocer el valor de **z**; el valor entero con el primer decimal se localiza en la primera columna de la izquierda y el segundo decimal en el renglón superior que va de 0.00 hasta 0.09, donde se cruzan ambas líneas está el valor de la probabilidad.

Ejemplo: Localiza la probabilidad correspondiente a un valor **z = 1.32**

Z	0.00	0.01	**0.02**	0.03	0.04	....	0.09
0.0							
0.1							
0.2							
1.3	**--------**	**--------**	**0.4066**				

La probabilidad de que z = 1.32 es igual a 0.4066 y esto se tiene que representar en porcentaje; por lo tanto, existe un 40.66% de probabilidad de que z sea igual a 1.32.

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

Si las medidas x de la presión sanguínea sistólica de un grupo de hombres cuyas edades oscilan entre 20 y 24 años, se distribuyen normalmente con media **μ = 120** y desviación estándar **σ = 20**, encuentra las probabilidades que se te solicitan a continuación:

I. P (X = 130)

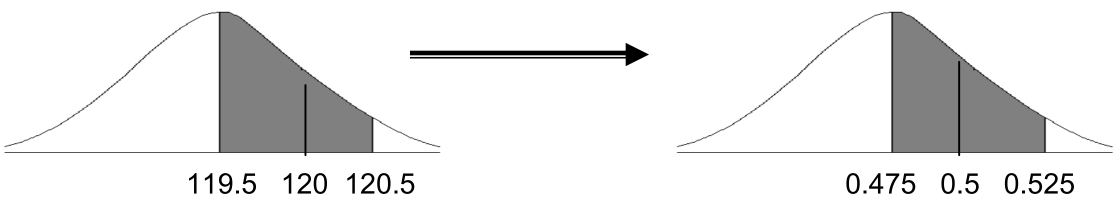
Paso1. Identificar los datos.

$$X_1 = 130 \qquad \mu = 120 \qquad \sigma = 20$$

Paso 2. Este valor hay que transformarlo a un valor estándar, usando para ello la fórmula.

Fórmula	Sustituyendo	Sustituyendo
$z = \dfrac{x_1 \mp 0.5 - \mu}{\sigma}$	$z = \dfrac{130 - 0.5 - 120}{20} = \dfrac{9.5}{20} \approx 0.475$	$z = \dfrac{130 + 0.5 - 120}{20} = \dfrac{10.5}{20} \approx 0.525$

Paso 3. Construir la gráfica. Como el valor es positivo y se pide que sea igual a 130, entonces se utiliza la gráfica del inciso (g), así como la expresión que se encuentra debajo de ella.



$$P(x = x_1) = P\left(\frac{x_1 - 0.5 - \mu}{\sigma} \le z \le \frac{x_1 + 0.5 - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x_1 - 0.5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 + 0.5 - \mu}{\sigma}\right)$$

Paso 4. Buscar en la tabla 3 el valor de **z.** Tenemos que la probabilidad es:

$$P(x = 130) = \Phi(0.525) - \Phi(0.475) = 0.7002 - 0.6826 = 0.0176 \text{ ó } 1.76\%$$

Interpretando esta probabilidad se dice que existe un 1.76% de que las presiones sean iguales a 130.

II. P(X > 135)

Paso 1. Identificar datos.

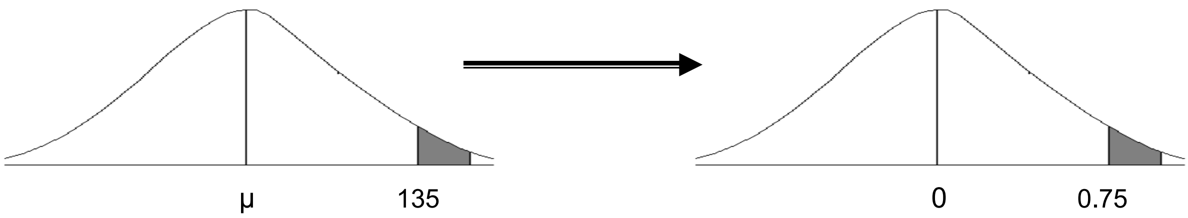
$$X = 135 \qquad \mu = 120 \qquad \sigma = 20$$

Paso 2. Estandarizar el valor de **x**.

Fórmula	Sustituyendo
$z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$	$z = \dfrac{135-120}{20} = 0.75$

Paso 3. Construir la gráfica e identificar la expresión a utilizar.

Como el planteamiento dice **mayor que** 135, utilizamos la gráfica del inciso (b).



Paso 4. Buscar el valor de **z** en la tabla y hacer operaciones

$$P (X > 135) = P (Z \geq 0.75)$$

$$P (Z \geq 0.75) = 1 - P (Z \leq 0.75) = 1 - \Phi(0.75)$$

$$= 1 - 0.7734 = 0.2266 \text{ ó } 22.66\%$$

Viendo esta probabilidad podemos decir que hay un 22.66% de que las presiones sean mayores que 135.

III. P(X < 146)

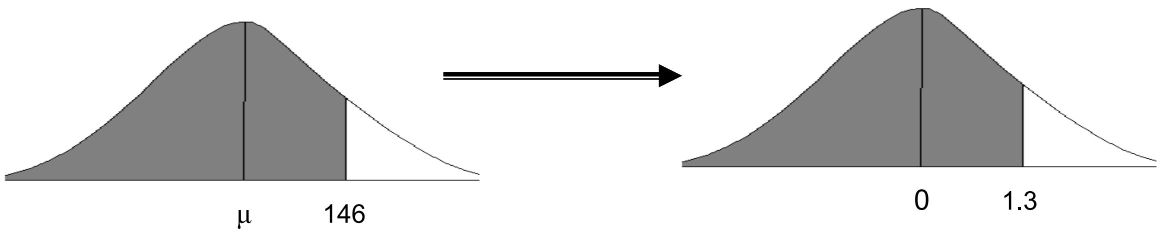
Paso 1. Identificar los datos

$X = 146 \quad \mu = 120 \quad \sigma = 20$

Paso 2. Estandarizar el valor de **x**

Fórmula	Sustituyendo
$z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$	$z = \dfrac{146-120}{20} = 1.3$

Paso 3. Construir la gráfica y buscar la expresión adecuada. Como aparece el símbolo menos se ilumina la parte izquierda de 146.



P (X < 146) = P (Z ≤ 1.3) = Φ(Z ≤ 1.3) = 0.9032 ó 90.32%

Existe un 90.32% de que sea menor que 146.

IV. P(105 < X < 110)

Paso 1: Estandarizando los valores de x

Considerando X_1 = 105 y X_2 = 110

$z_1 = \dfrac{105-120}{20} = -0.75$	$Z_2 = \dfrac{110-120}{20} = -0.5$

Paso 2: Construyendo la gráfica tenemos que:

P (105 < X < 110) = P (- 0.75 ≤ Z ≤ - 0.5) = P (Z ≤ - 0.50) – P (Z ≤ - 0.75)
= Φ(0.75) – Φ(0.5)
= 0.7734 – 0.6915 = 0.0819 ó 8.19%

Interpretando los resultados existe un 8.19% de que estén entre este intervalo.

Resuelve el siguiente planteamiento utilizando el procedimiento anterior.

Una compañía fabrica focos con vida media de 500 horas y desviación estándar de 100. Si se supone que los tiempos de vida útil de los focos se distribuyen normalmente, esto es, que los tiempos de vida forman una distribución normal, encuentre la probabilidad de que tenga una vida útil de:

I. 650 horas

II. Más de 750 horas

III. Menos de 650 horas

IV. Entre 650 y 750 horas

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: Lee con atención los siguientes reactivos y contesta lo que se pide. Anexa el procedimiento en los espacios.

1. La media y la desviación estándar de un examen son 74 y 12, respectivamente, hallar los resultados en unidades estándar de los estudiantes que recibieron notas de

I. 65

II. 74

2. Suponga que la temperatura T durante junio está distribuida normalmente con media 69° y desviación estándar 6°. ¿Cuáles son las unidades estándar de las temperaturas de los días que hubo

70°

80°

3. Encuentre las probabilidades siguientes asociadas con la distribución normal estándar, usando la tabla 3.

I. P (Z está entre – 1.34 y 1.68)

II. P ($1.34 \le Z \le 2.38$)

III. P ($Z \le -1.25$)

4. Las puntuaciones de una prueba se distribuyen normalmente con media de 400 puntos y desviación estándar 100 puntos. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante obtenga

I. Menos de 450 puntos

II. Menos de l98 puntos

III. Entre 150 y 330 puntos

IV. Más de 366 puntos

5. Una máquina está diseñada para llenar botellas de crema para el cuerpo con una media de 750 ml y una desviación estándar de 10 ml. Si se considera que la cantidad que se utiliza para llenar las botellas se distribuye normalmente y se escoge una botella al azar, ¿cuál es la probabilidad de que contenga

I. Menos de 770.8 ml

II. Más de 751.6 ml

III. Entre 740 y 761 ml?

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	**I** $z_1 = \frac{65-74}{12} = -0.75$ **II** $z_2 = \frac{74-74}{12} = 0$
2	**I** $z = \frac{70-69}{6} = 0.16$ **II** $z = \frac{80-69}{6} = 1.83$
3	**I** $p(-1.34 \leq z \leq 1.68) = \Phi(1.68) - \Phi(-1.34) = 0.8634$ **II** $p(1.34 \leq z \leq 2.38) = \Phi(2.38) - \Phi(1.34) = 0.0814$ **III** $p(z \leq -1.25) = \Phi(-1.25) = 0.1056$
4	**I** $z = \frac{450-400}{100} = 0.5$, $P(z \leq 0.5) = \Phi(0.5) = 0.6915$ **II** $P(x < 198) = P(z \leq -2.02) = \Phi(-2.02) = 0.0217$ **III** $p(150 < x < 330) = \Phi(-0.7) - \Phi(-2.5) = 0.2420 - 0.0062 = 0.2358$ **IV** $p(x > 366) = p(z \geq -0.34) = 1 - \Phi(-0.34) = 1 - 0.3669 = 0.6331$
5	**I** $p(x < 770.8) = p(z \leq 2.03) = \Phi(2.03) = 0.9812$ **II** $p(x > 751.6) = p(z \geq 0.16) = 1 - \Phi(0.16) = 1 - 0.5636 = 0.4364$ **III** $P(740 < x < 761) = p(-1.0 \leq z \leq 1.1) = \Phi(1.1) - \Phi(-1.0)$ $= 0.8643 - 0.1587 = 0.7056$

Sugerencias

En los problemas 1 y 2 sólo utiliza la fórmula de valores estándar, siguiendo el ejemplo de aplicación.
En el caso de los problemas 3, 4 y 5 se tienen las respuestas; pero si te equivocas, traza las gráficas para que observes qué área necesitas calcular.
Observa las gráficas que ya están establecidas para obtener el área bajo la curva.
Revisa los ejemplos de aplicación y sigue el mismo procedimiento.

3.2 DISTRIBUCIONES MUESTRALES Y TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

Aprendizajes
• Aplicar el concepto de distribución muestral en la resolución de problemas. • Aplicar el teorema central del límite en la resolución de problemas.

Una población contiene un gran número de elementos, por lo que es difícil tener un parámetro que los compare con exactitud. Por ello, es preferible dividirla en pequeñas partes llamadas **muestras**; dichas muestras tienen la misma probabilidad de aparecer por lo que se conocen como **muestras aleatorias.**

Una población cualquiera se compone de **k** diferentes muestras:

M_1	M_2	M_3	....	....	
		....	....		M_k

Estas muestras aleatorias son por naturaleza propia impredecibles. No se puede esperar que dos muestras aleatorias sean del mismo tamaño, tengan la misma media o sean completamente parecidas. Por ello se determina la distribución de todos los valores posibles de un estadístico muestral (la media, la varianza, la desviación estándar), y a esto se le conoce como **distribución muestral;** por consecuencia, denotaremos a la **media poblacional** por μ y a la **media muestral** por $\bar{x}$ **.** Si se analiza una población que tiene una distribución normal, entonces cada muestra tiene una distribución normal; en caso contrario, una condición para que una **distribución muestral** se aproxime a ser normal es que el tamaño de la muestra debe ser **mayor que** 30.

Para determinar la probabilidad de la distribución muestral utilizamos la TABLA 3, que es la misma de la distribución normal, pero los valores se estandarizaran con cualquiera de las siguientes fórmulas:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \text{ó} \quad z = \frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{\sigma}$$

Donde:

μ = media poblacional
σ = desviación estándar poblacional
$\bar{x}$ = media muestral
n = tamaño de la muestra

Otra forma para determinar las probabilidades de una población es aplicando el **teorema del límite central**, el cual dice que una población se aproxima a una distribución normal cuando el tamaño de la muestra es mayor que 30. En otras palabras indica que el promedio de las medias muestrales se acerca a la media poblacional a medida que **n** aumenta.

Utilizaremos la misma fórmula de distribución muestral para estandarizar los valores.

Éstas son dos formas de determinar la distribución de probabilidad de una variable aleatoria continua. La diferencia entre ellas es el tamaño de las muestras para saber cuál se va aplicar.

En este caso no aplicaremos la técnica de muestreo para identificar con más detalle la diferencia entre los dos métodos, lo único será el tamaño de la muestra en cada planteamiento.

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

Considere que los resultados de una prueba de matemáticas se distribuyen normalmente con una media de 6 y una desviación estándar de 1.6. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar una muestra de 16 alumnos la media muestral sea mayor que 5.44?

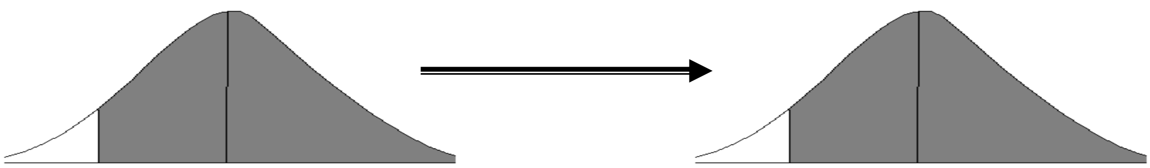
Paso 1. Identificar los datos

$\bar{x}$ = 5.44 μ = 6 σ = 1.6 n = 16

Paso 2. Estandarizar los valores de x sustituyendo en la fórmula.

Fórmula	Sustituyendo
$z = \frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma}$	Z = $\frac{\sqrt{16}(5.44-6)}{1.6}$ = $\frac{-0.56}{0.4} = -1.4$

Paso 3. Construir la gráfica de la misma forma que en el caso de la distribución normal y utilizar las mismas expresiones.



5.44 $\bar{x}$ -1.44 0

Paso 4. Buscar en la tabla 3 el valor de **z**.

P ($\bar{x}$ > 5.44) = P (z ≥ - 1.40) = 1 - P (z ≤ - 1.4) = 1 – Φ(- 1.4) = 1 – 0.0808 = 0.9192

Existe una probabilidad del 91.92% de que la media muestral sea mayor que 5.44.

Siguiendo el mismo procedimiento resuelve el planteamiento que se te presenta a continuación.

Suponga que las ventas semanales de una nevería se distribuyen normalmente con una media de $ 250 y una desviación estándar de $ 15. ¿Cuál es la probabilidad de que el promedio de 25 semanas esté entre $ 243.1 y $ 252.4?

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: Contesta correctamente cada uno de los planteamientos siguientes colocando en el espacio en blanco el procedimiento e identificando, si se trata de una distribución muestral o del teorema central del límite.

1. Las estaturas de los estudiantes de cierto grupo se distribuyen normalmente con media de 150 cm y desviación estándar de 10 cm ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura promedio de una muestra aleatoria de 25 estudiantes de ese grupo esté entre 145 cm y 147 cm?

2. Se considera que los pesos de pollos de una granja son una distribución normal de media 1.5 kg y desviación estándar de 0.5 kg. Si se toma una muestra de 25 pollos y se calcula su peso promedio, ¿cuál será la probabilidad de que este promedio sea menor que 1.33 kg o mayor que 1.72 kg?

3. La duración promedio de las películas en los cines es de 100 minutos con una desviación típica de 14 minutos. Si se toma una muestra de 49 películas y se calcula su duración promedio, ¿cuál será la probabilidad de que sea mayor que 95 minutos?

4. Se investiga a un grupo de bolichistas sus récord de juego, obteniéndose una media de 150 pinos con una desviación estándar de 10 pinos. Se sospecha que esta distribución no es normal. Si se selecciona al azar una muestra de 49 bolichistas. ¿Cuál será la probabilidad de que la media muestral sea mayor que 147.1 pinos?

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	P (145 < $\bar{x}$ < 147) = $P\left(\frac{\sqrt{25}(145-150)}{10} \leq z \leq \frac{\sqrt{25}(147-150)}{10}\right) =$ P(- 2.5 ≤ z ≤ - 1.5) = $\Phi(-1.5)-\Phi(-2.5)$ = 0.0668 – 0.0062 = 0.0606 Se trata de una distribución muestral.
2	P ($\bar{x}$ < 1.33 ó $\bar{x}$ > 1.72) = P (z ≤ - 1.7) + P (z ≥ 2.2) = 1 + Φ(- 1.7) – Φ(2.2) = 1 + 0.0446 – 0.9861 = 0.0585 ó 5.85% Es una distribución muestral
3	P ($\bar{x}$ > 95) = P (z ≥ - 2.5) = 1 – Φ(- 2.5) = 1 – 0.0062 = 0.9938 Se aplica el teorema central del límite
4	P ($\bar{x}$ > 147.1) = P (z ≥ - 2.03) = 1 – Φ(- 2.03) = 1 - 0.0212 = 0.9788 Se aplica el teorema central del límite

Sugerencias

Como en todos los problemas se utiliza la misma fórmula para obtener la probabilidad sólo debes tener en claro la distancia entre la distribución muestral y el teorema del límite central es del tamaño de la muestra.

Es importante que consideres que puedes operar indistintamente la fórmula de estandarización de la variable con cualquiera de las expresiones $z=\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ ó $z=\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma}$. Las dos expresiones matemáticas conducen a la misma respuesta, sin embargo hay estudiantes que prefieren emplear la segunda expresión para no realizar una “doble división”; sin embargo, como podrás constatar en la página 79 la solución es exactamente la misma empleando cualquiera de ellas.

Traza las gráficas ya sea con los valores de $\bar{x}$ o con los valores normalizados para que puedas saber qué área estás calculando.

Recuerda lo que significa cada símbolo.

Comprende correctamente los enunciados.

3.3 DISTRIBUCIÓN T-STUDENT

Aprendizajes
• Identificar las características de la distribución t -Student. • Aplicar la distribución t -Student en la solución de problemas.

Cuando las muestras se toman de una población normal, la distribución muestral de medias es normal; sin embargo, si la desviación estándar de la población es desconocida no podemos transformar la media muestral a un puntaje estándar. En muchas situaciones prácticas la desviación estándar poblacional es desconocida y se usa la desviación estándar muestral para estimar σ y por ello es que aplicaremos la distribución **t -Student**.

La distribución **t -Student** presenta las siguientes propiedades:

- Su media es igual a cero.
- T está distribuida simétricamente alrededor de su media.
- T está distribuida de modo que forma una familia de distribuciones, una distribución por separado para cada número diferente de grados de libertad (Gl ≥ 1).
- La distribución t se aproxima a la normal estándar a medida que aumenta el número de grados de libertad.
- T está distribuida con una varianza mayor que 1, pero a medida que aumenta el número de grados de libertad la varianza se aproxima a 1.
- T está distribuida de modo que es menos puntiaguda en la media y más ancha en las colas que la distribución normal.
- Es más variable que la distribución normal estándar.
- Su gráfica es de forma acampanada y depende de los grados de libertad.
- Cuando n crece, la distribución muestral de t se aproxima a la distribución normal estándar z.

La verdadera ecuación de la distribución t es muy complicada y la omitiremos usando la TABLA 4 (valores de la **t -Student**) que contiene una colección de valores t ya estandarizados, así como sus probabilidades asociadas. En esta distribución se tienen que estandarizar los valores para poder utilizar la tabla y esto se hace aplicando cualquiera de las expresiones siguientes:

$$\boxed{t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad \text{ó} \quad t = \frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{s}}$$

Donde:

$\bar{x}$ = Número promedio de éxitos
μ = Media muestral
s = Desviación estándar muestral
n = Tamaño de la muestra

La forma exacta de una distribución t está especificada completamente por un único valor, el parámetro conocido como el número de **grados de libertad** (Gl) que se obtiene utilizando la siguiente expresión:

Gl = n – 1

A diferencia de la tabla normal estándar, la tabla de la t –Student contiene sólo siete probabilidades o áreas. Al principio esto puede parecer una gran desventaja, pero para nuestras aplicaciones estas probabilidades serán suficientes. La tabla 4 se usará de la misma forma que la distribución normal para encontrar las probabilidades; la única diferencia es que ahora las probabilidades se encuentran en el renglón superior de la tabla y los valores de t en el interior de la misma.

Ejemplo de uso de la TABLA 4.

Encuentre la probabilidad del estadístico **t = 1.316** con **n = 26.**

Como en la tabla sólo aparecen los grados de libertad tenemos que calcularlos.

Fórmula	Sustituyendo
Gl = n – 1	Gl = 26 – 1 = **25**

Buscando este valor en la columna de Gl el valor de 25 y en el renglón localizando 1.316 y a partir de este subir hasta el renglón donde aparece t con un valor como subíndice es el valor de la probabilidad de t.

Gl	**t 0.100** t.050.......................... t.0005
1	↑
2	
3	
:	
25	**1.316**
:	
:	

Por lo tanto, la probabilidad de que t = 1.316 es de 0.100. También se expresa en porcentaje 10% de que la variable sea mayor o igual que 1.316.

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

Suponga que de una población normal con μ = 20 se toma una muestra de tamaño 16. Si la desviación estándar es s = 4, encuentra la probabilidad de P ($\bar{x}$ > 21.753).

Paso 1. Identificar los datos

s = 4; μ = 20; **n** = 16; $\bar{x}$ = 21.753

Paso 2. Calcular el valor de t para 21.753 usando la fórmula.

Fórmula	Sustituyendo
$t = \dfrac{x-\mu}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$ ó $t = \dfrac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{s}$	$t = \dfrac{21.753-20}{\dfrac{4}{\sqrt{16}}} = 1.753$ ó $t = \dfrac{\sqrt{16}(21.753-20)}{4} = 1.753$

Así P ($\bar{x}$ > 21.753) = P (t ≥ 1.753).

Paso 3. Calcular los grados de libertad.

Gl = n – 1	Gl = 16 – 1 = 15

Paso 4. Buscar en la TABLA 4 el valor de 1.753 en el renglón de Gl = 15, tenemos que

P (t ≥ 1.753) = 0.05 ó 5%

Los valores de la tabla se relacionan con el área de probabilidad situado en la parte derecha de un valor dado, por ello cuando aparece el símbolo > ó ≥ no es necesario hacer ninguna operación adicional; en algún otro caso se debe hacer la gráfica para saber qué área buscamos y hacer las operaciones necesarias empleando la regla del complemento:

P (t < k) = 1 – P (t ≥ k)

Resuelve el siguiente planteamiento.

Si de una población cuya media es 50 y tiene una desviación estándar de 30 se toma una muestra de tamaño 31, encuentra P ($\bar{x}$ < 60).

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: Lee con atención cada uno de los siguientes enunciados y anota sobre la línea la respuesta correcta.

1. La media de una distribución t es igual a ______________________
2. Los valores de la distribución t son simétricos con respecto a _____________________
3. Las curvas de la distribución t- Student son más _________ que las curvas de la distribución normal.
4. Su gráfica tiene una forma _____________ y depende de ________________
5. Cuando n crece, la distribución muestral t- Student se aproxima a la __________________________

INSTRUCCIONES: Resuelve los siguientes planteamientos colocando el procedimiento en los espacios.

6. Suponga que de una población normal con una media de 14 se toma una muestra de tamaño 11; si la media muestral es 18 y la desviación estándar poblacional 14.3, calcule el valor del estadístico t.

7. Si $n = 6$ encuentre $P(t \geq 4.032)$.

8. Si $x = 15$, $\mu = 20$, $s = 7$ y $gl = 8$, calcule el valor del estadístico t.

9. Si $n = 16$ encuentre $P(-2.131 \leq t \leq 2.131)$.

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	Cero
2	La media
3	Planas
4	Simétrica; los grados de libertad
5	Distribución normal
6	$t=\dfrac{18-14}{\dfrac{14.3}{\sqrt{11}}}=\dfrac{\sqrt{11}(18-14)}{14.3}\approx 0.9277$
7	$t_{0.005,\ v=\ 6-1\ gl}=4.032$, $\therefore P(t\geq 4.032)=0.005$ ó 0.5%
8	$t=\dfrac{15-20}{\dfrac{7}{\sqrt{9}}}=\dfrac{\sqrt{9}(15-20)}{7}\approx -2.14$
9	$P(-2.131\leq t\leq 2.131)=1-2(0.025)=0.95$ ó 95%

Sugerencias

En los reactivos del 1 al 5, sólo comprende las propiedades de la distribución t.

En los siguientes reactivos utiliza la fórmula adecuadamente y construye la gráfica.

Revisa las páginas 387 a la 393 del libro de Levin, Richard y Rubin, David: *Estadística para Administradores* para reafirmar tus conceptos acerca del tema "distribución t – Student".

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

Cuentas con un tiempo de 90 minutos para resolverlos.

INSTRUCCIONES: Llena los espacios en blanco con la palabra de la respuesta correcta.

1. El área bajo la curva de una distribución normal equivale a ______________________________.
2. La curva de una distribución normal se caracteriza por ser de forma_____________________.
3. Sólo se toma el lado derecho de la gráfica de una distribución normal al determinar el área bajo la curva porque la curva es____________________ con respecto a la________________.
4. Al aplicar la distribución normal, distribución muestral, t-Student es porque se quiere conocer la probabilidad de una variable aleatoria____________________.
5. Una distribución muestral se aproxima a una normal cuando____________________ crece.
6. Una distribución t-Student se aproxima a una normal cuando_________________ actúan.

INSTRUCCIONES: Resuelve los siguientes planteamientos colocando el desarrollo en los espacios en blanco.

7. El peso medio de los estudiantes varones de cierta escuela es de 151 lb., y la desviación estándar de 15 lb. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente y que se selecciona un estudiante varón de esa escuela, éste pese:

I. Entre 120 y 155 lb.

II. Más de 185 lb.

III. Menos de 128 lb.

8. Un estudio de transito revela que el número promedio de ocupantes de un coche es 1.75 y la desviación estándar 0.65. En una muestra de 50 coches encuentre la probabilidad de que el número promedio de ocupantes sea mayor que 2, si se considera que la distribución es normal.

9. Si n = 13 encuentre P ($1.782 \le t \le 3.055$).

CLAVE DE RESPUESTAS

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	uno
2	acampanada
3	simétrica la media
4	continua
5	tamaño de la muestra
6	Los grados de libertad
7	**I** P (120 < $\bar{x}$ < 155) = $P(120\langle \bar{x} \langle 155) = P(\frac{120-151}{15} \leq z \leq \frac{155-151}{15}) = P(-2.06 \leq z \leq 0.26)$ $= P(z \leq 0.26) - P(z \leq -2.06) = 0.6026 - 0.0197 = 0.5829$ ó 59.29% **II** P ($\bar{x}$ > 185) = $P\left(z \geq \frac{185-151}{15}\right) = P(z \geq 2.27)$ = 1 – Φ(2.27) = 0.0116 **III** P ($\bar{x}$ < 128) = Φ(- 1.53) = 0.0630 ó 6.3%
8	$P(\bar{x}\rangle 2) = P\left[z \geq \frac{\sqrt{50}(2-1.72)}{0.65}\right] = P(z \geq 2.71) = 1 - \Phi(2.71)$ $= 0.5000 - 0.4966 = 0.0034$ ó 0.34 %
9	P (1.282 < t < 3.055) = P(t ≥ 1.782) – P(t ≥ 3.055) = 0.10 – 0.01 = 0.09 ó 9%

UNIDAD 4

INFERENCIA ESTADÍSTICA

4.1 PLANTEAMIENTO DE UNA HIPÓTESIS ESTADÍSTICA

Aprendizajes
• Identificar los elementos básicos de una prueba de Hipótesis estadística. • Desarrollar una prueba de Hipótesis estadística en problemas sencillos.

Hasta ahora sabemos determinar la media y la desviación estándar, así como su distribución de probabilidad por diferentes métodos. Pero no basta con conocer dichos valores; es preferible saber cómo las vamos a utilizar en la práctica.

En esta unidad se realizarán inferencias con respecto a la media para tomar una decisión sobre un evento. Al hablar de decisiones, uno se refiere a la conveniencia de participar en un evento con un grado menor de cometer alguna equivocación. Para tener una mejor decisión sobre la participación en un evento se realiza un proceso llamado **prueba de Hipótesis** que permite hacer una elección más acertada.

La **Hipótesis estadística** es la afirmación que se hace de un parámetro de la población. Está afirmación se toma como tentativa, ya que el verdadero valor del parámetro no se conoce. Tiene los siguientes elementos:

- **Hipótesis nula.** Es aquella en la que ya se conoce del planteamiento con cierta certeza, es decir, lo que regularmente sucede y se denota por $\mathbf{H_0}$. Ejemplo: una investigación muestra que el medicamento A es en promedio un 90% efectivo contra la hipertensión.

  Del planteamiento tenemos que $\mathbf{H_0}$: $\mu \geq 90$ (la desigualdad establece que el medicamento tiene al menos un 90% de efectividad).

- **Hipótesis alterna o alternativa.** Es aquella que se cree va a suceder, y se denota por H_a o $\mathbf{H_1}$. En nuestro caso utilizaremos esta última.

  Retomando el ejemplo anterior, tenemos que hay otros investigadores que indican que la efectividad del medicamento es menor. En consecuencia, la Hipótesis alterna quedaría como $\mathbf{H_1}$: $\mu < 90$.

- **Nivel de significancia.** Es el valor de probabilidad de la región en donde puede ser rechazada la Hipótesis nula y se representa con el símbolo α.

- **Nivel de confiabilidad o intervalo de confianza.** Es el valor de probabilidad de la región donde se acepta la Hipótesis nula y ésta se determina usando la expresión $1 - \alpha$.

- **Regla de decisión.** Ésta se establece con base en el nivel de significancia. Especifica aquellos valores en la distribución muestral del estadístico más allá de cuales puede rechazarse H_0.

- **Valor crítico.** Es aquel que divide la distribución muestral en dos regiones: la región de rechazo o región crítica y la región de aceptación de la Hipótesis nula. Denotaremos al valor crítico con el símbolo $\mathbf{Z_\alpha}$; es el valor que divide a la curva en dos partes.

- **Conclusión de la prueba.** Es la frase que indica el porqué de aceptar o no la Hipótesis nula.

La **prueba de Hipótesis** consta de los siguientes pasos:

1. Formular y establecer la Hipótesis nula (H_0).
2. Formular y establecer la Hipótesis alterna (H_1), ésta deberá estar expresada matemáticamente con un símbolo de desigualdad opuesto al empleado en la Hipótesis nula.
3. Escoger un estadístico de prueba que sea apropiado (en este caso usaremos la distribución muestral).
4. Formular una regla de decisión. Ésta se establece con base en el nivel de significancia ($\propto$), que es la probabilidad de rechazar la H_0 cuando es cierta.
5. Calcular el valor del estadístico de prueba Z_α para una muestra con ayuda de la TABLA 5 (valores de la distribución normal en porcentajes), que contiene valores normales de Z en porcentajes, se utiliza la columna de $Z(\alpha)$ para la prueba unilateral y para la prueba bilateral se utiliza la columna $Z(1 - \alpha/2)$.

Ejemplo: Supongamos que el intervalo de confianza es del 98%. ¿Cuánto vale $Z(\alpha)$ y $Z(1 - \alpha/2)$?
Se busca en la TABLA 5 el valor deseado en la columna de los porcentajes.

%	$Z(\alpha)$
1	-2.326
2	-2.054
.	.
.	.
98	**2.054**

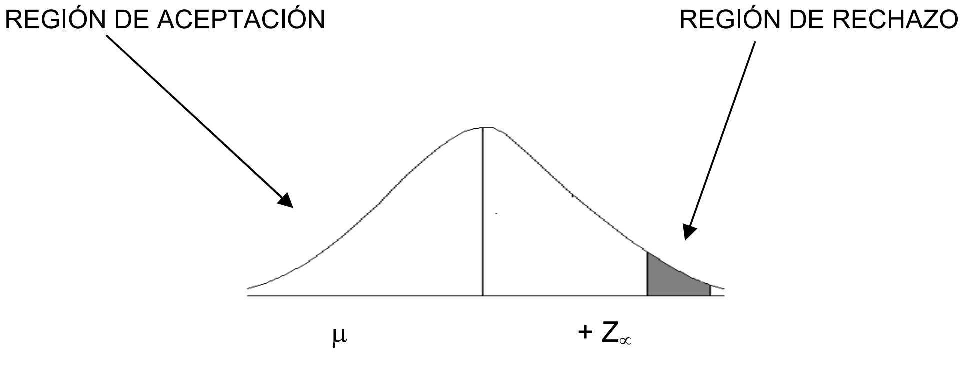
Para un 98% el valor de $\mathbf{Z(\alpha) = 2.054}$

%	$Z(1 - \alpha/2)$
1	0.013
2	0.025
.	.
.	.
98	**2.326**

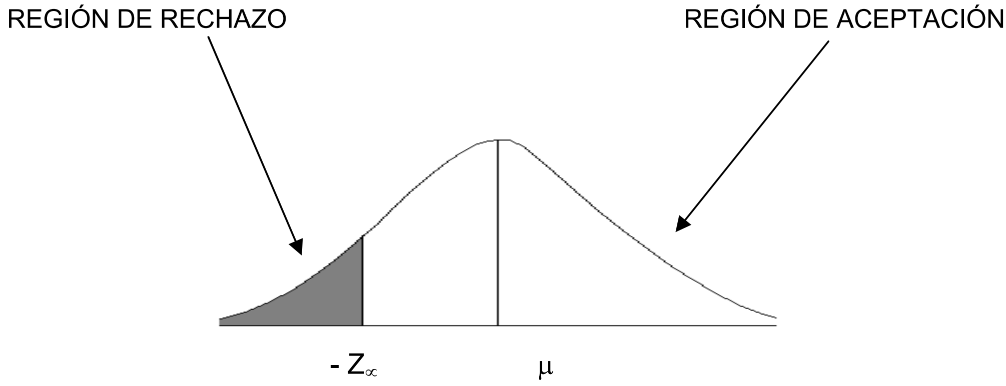
Para un 98% el valor de $\mathbf{Z(1 - \alpha/2) = 2.326}$

6. Tomar una decisión o conclusión sobre la Hipótesis nula H_0: (a) se acepta o (b) se rechaza. Para conocer esto debemos saber donde cae el valor de la distribución muestral (Z) con respecto al valor crítico (Z_α). Para tomar esta decisión se debe construir la gráfica de forma acampanada (la misma que en el caso de la distribución normal), de acuerdo con las condiciones siguientes.

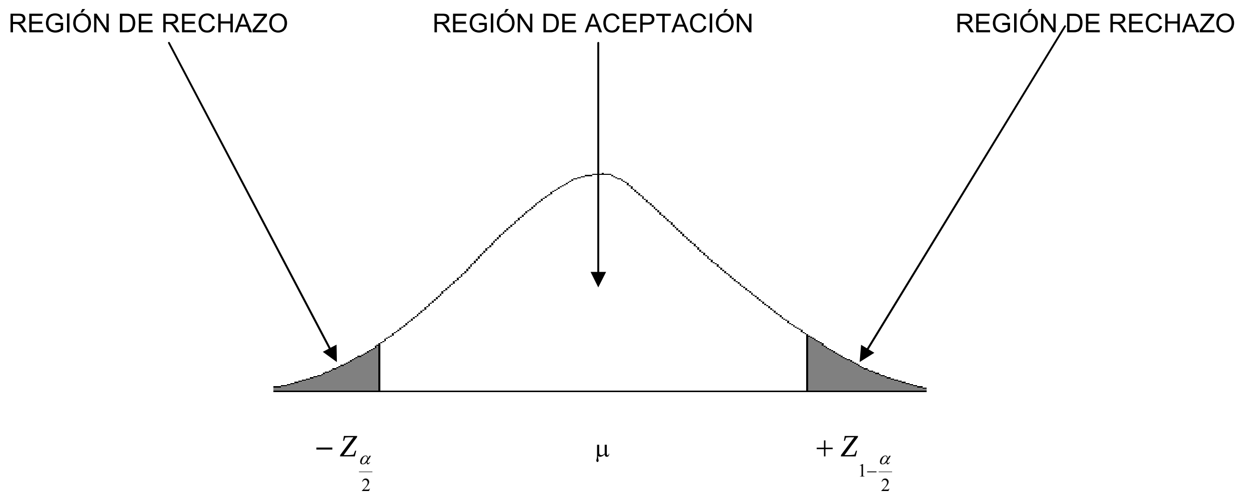
A) Si en H_1 el valor de la media es mayor que el valor que en H_0, el $Z_\propto$ (valor crítico) que se busca es positivo. Se dice entonces que la prueba es unilateral derecha.



B) Si en H_1 el valor de la media es menor que la de H_0, Z_α (el valor crítico) que se busca es negativo y la prueba será ahora unilateral izquierda.



C) Si en H_1 sólo se sabe que el valor de la media es diferente de H_0, el valor crítico será $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ que se busca a ambos lados de la media, siendo uno positivo y la otro negativo. Esta prueba se llama bilateral porque las regiones de rechazo son ahora dos, una izquierda y otra derecha.



La Hipótesis nula siempre debe estar con su parámetro igual a una constante y de acuerdo con estas gráficas se compara Z y Z_α para saber de qué lado cae Z con respecto al valor crítico y saber si se acepta o rechaza la Hipótesis nula.

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

El tiempo de duración de servicio de los focos de cierta compañía es de 1 000 horas, con una desviación estándar de 200 horas. Debido al cambio de maquinaria se espera que la duración de focos sea de 1 200 horas. Se selecciona una muestra de 16 focos de la nueva producción y se obtiene una media de 1 100 horas. Si el nivel de significancia es de 0.02, ¿es cierto que $\mu \leq 1\,000$?

Paso 1. Plantear la Hipótesis nula.

Del planteamiento se sabe que la media es 1 000; por lo tanto

$$\boxed{Ho: \mu \leq 1\,000}$$

Paso 2. Plantear la Hipótesis alterna.

Se espera que la media sea mayor a 1 000, quedando H_1 como $\mu > 1\,00$; por consiguiente

$$\boxed{H_1: \mu > 1\,000}$$

Paso 3. Calcular el estadístico de prueba (distribución muestral).

⇒ Identificar los datos $\bar{x} = 1\,100$ $\mu = 1\,000$ $\sigma = 200$ $n = 16$

⇒ Usar la formula

$$Z = \frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{\sigma} = \frac{\sqrt{16}(1100 - 1000)}{200} = 2$$

Paso 4. La regla de decisión se basa en el nivel de significancia:

En este caso $\alpha = 0.02$.

Paso 5. Buscar el valor de P ($z \geq k$) correspondiente a un α del 2% localizado en la cola derecha de la curva. Para buscar este valor empleamos la columna Z(α) en la TABLA 5.

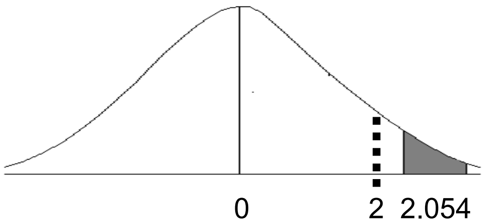
Se busca el porcentaje del nivel de confianza 1 - α en la primera columna y el valor que buscamos se encuentra en la columna de Z(α).

%	Z(α)
1	-2.326
. .	. .
98	**2.054**

Por lo tanto, el valor que buscamos es Z(α) = 2.054

Paso 6. Para tomar una decisión, ésta se hace con base en la región de aceptación y de rechazo, de acuerdo con las condiciones antes mencionadas.

En este caso como la media de la Hipótesis alterna, es mayor que la de la Hipótesis nula, la gráfica a utilizar es la del caso A.



Esto indica que si los valores de la distribución muestral son mayores que 2.054 la Hipótesis nula se rechaza.

En este caso el valor de Z es menor que el valor de Z_α; es decir: $Z < Z_\alpha$ (2.00 < 2.054). Por lo tanto, se acepta la Hipótesis nula. Esto quiere decir que se acepta que la media es igual a 1 000 horas.

Plantea y resuelve el siguiente problema de acuerdo con el procedimiento anterior.

La estatura de los niños de cero a cinco años se distribuye normalmente con media μ = 51 cm y desviación estándar σ = 19 cm. En una guardería se hicieron cambios en la alimentación y se sospecha que la estatura promedio es mayor a los 53 cm. Si en una muestra de 25 niños se obtiene una estatura promedio de 55.2 cm, ¿se rechazará la hipótesis nula al 5% de significancia?

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: En cada uno de los siguientes planteamientos determina lo que se te pide. Anexa el procedimiento en los espacios en blanco.

1. Generalmente los meseros reciben el 15 % de propina sobre el consumo. Establece la Hipótesis nula y la Hipótesis alterna en los siguientes casos.

I. Se tiene la sospecha que no reciben el 15 % de propina.

II. Se sospecha que reciben cuando más el 15 % de propina.

III. Se cree que reciben menos del 15%.

2. El dirigente de un partido político piensa que en cierta colonia cuando menos el 70% de los votantes simpatizan con el partido. El dirigente del partido opositor no le cree. Si se toma una muestra de 35 votantes de esa colonia y se encuentra una desviación estándar de 5 y una media de 20, determina los elementos de la prueba de Hipótesis con un nivel de significancia de 0.02.

3. En una escuela particular, el 60% de los alumnos tienen automóvil último modelo. Se piensa que ese porcentaje ha aumentado. ¿Cuál es la Hipótesis alterna y cuál la Hipótesis nula?

INSTRUCCIONES: En cada uno de los siguientes planteamientos determina si se acepta o se rechaza la Hipótesis nula.

4. Una empresa eléctrica fabrica focos que tienen una duración que está distribuida aproximadamente en forma normal con una media de 800 h y una desviación estándar de 40 hr. Probar la Hipótesis de que $\mu \neq 800$ hr., si una muestra aleatoria de 30 focos tiene una duración promedio de 788 h. Utilice un nivel de significancia de 0.05.

5. El contenido de fijador para un perfume se distribuye normalmente con media 8 g y desviación típica 2.5 g. Se introduce un nuevo proceso para mejorar el fijador y disminuirlo en el perfume. Una muestra de 25 perfumes con el nuevo fijador proporciona una media de 6.4 g. ¿Se rechazará la hipótesis nula al 1% de significancia?

6. El llenado de botellas de refresco se considera distribución normal con una media de 300 ml y desviación estándar de 150 ml. Los consumidores alegan que los refrescos contienen menos de esa cantidad. Se realiza una investigación con una muestra de 16 botellas de refresco, obteniéndose una media de 286 ml. ¿Quién tiene la razón con un α al 0.01?

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	**I** H_0: μ = 15% H_1: $\mu \neq$ 15% **II** H_0: μ > 15% H_1: $\mu \leq$ 15% **III** H_0: $\mu \geq$ 15% H_1: μ < 15%
2	H_0 : $\geq$ 70% H_1 : < 70% n = 35 σ = 5 μ = 20 α = 2%
3	H_0 : $\mu \leq$ 60% H_1 : μ > 60%
4	H_0 : μ = 800 h H_1 : $\mu \neq$ 800 h Z = - 1.643 $Z_{1-\alpha/2}$ = - 1.96 Se acepta H_0
5	H_0: $\mu \geq$ 8 g H_1: μ < 8 g Z = - 3.2 $Z\alpha$ = - 2.326 Se rechaza H_0
6	H_0: $\mu \geq$ 300 H_1: μ < 300 Z = - 0.373 $Z\alpha$ = - 2.326 Se acepta H_0

Sugerencias

Lee cuidadosamente cada planteamiento para que identifiques H_0 y H_1.
Lee las definiciones dadas de cada uno de los elementos de la prueba de Hipótesis.
En los planteamientos 4, 5 y 6, establece adecuadamente tus Hipótesis y sigue el procedimiento escrito en la aplicación, observa qué datos tienes.
Es importante que no pierdas de vista que las expresiones matemáticas que representan a la Hipótesis nula y a la Hipótesis alternativa son mutuamente excluyentes (de signos contrarios). Por ejemplo: si H_0 plantea que $\mu \geq k$, entonces H_1 planteará $\mu < k$; si H_0 es $\mu < k$, entonces H_1 será $\mu \geq k$, etc.
Calcula el valor crítico con Z(α) para pruebas unilaterales y con Z(1 – α/2) para pruebas bilaterales. Ten mucho cuidado de emplear la tabla correcta según la regla de decisión que hallas planteado.

4.2 ESTIMACIÓN

Aprendizajes
• Comparar los dos tipos de estimación de parámetros estadísticos puntual y por intervalos. • Identificar las características de la estimación por intervalos.

El objetivo de la estadística inferencial es la **estimación**, es decir, suponer el valor de un parámetro de la población dada una muestra, para generalizar las conclusiones al total de elementos de dicha población y para saber qué garantía podemos tener de lograr un éxito.

Existen dos tipos de estimaciones para parámetros: **puntual y por intervalo**.

➤ **Estimación puntual.** Es la que emplea un único número para representar la estimación; esto es semejante a localizar un punto sobre una recta. Sólo utiliza la información de una muestra para llegar a un sólo número o punto que estima el parámetro de interés. La estimación real se hace a través de un estimador (regla que expresa cómo calcular la estimación basándose en la información de la muestra y se anuncia generalmente mediante una fórmula; puede ser la media, mediana o desviación estándar). Por ejemplo, un biólogo desea determinar el número promedio de huevos puestos en una estación y en cada nido por pájaros Febe. Se sabe que el promedio de huevos para la **muestra** de **50** nidos es de **4.62**; en tal caso la media muestral es el **estimador** y el valor de 4.62 es de una **estimación puntual**.

➤ **Estimación por intervalo.** Utiliza los datos de una muestra para determinar los valores extremos o los puntos que puedan abarcar el valor real del parámetro estimado. Retomando el ejemplo de los huevos de la ave Febe, el intervalo (4.57 – 4.67) sería una estimación por intervalo del verdadero número promedio de huevos en cada nido. Cuando se trata de intervalos, la estimación presenta las siguientes modalidades de acuerdo con el parámetro que se desea conocer.

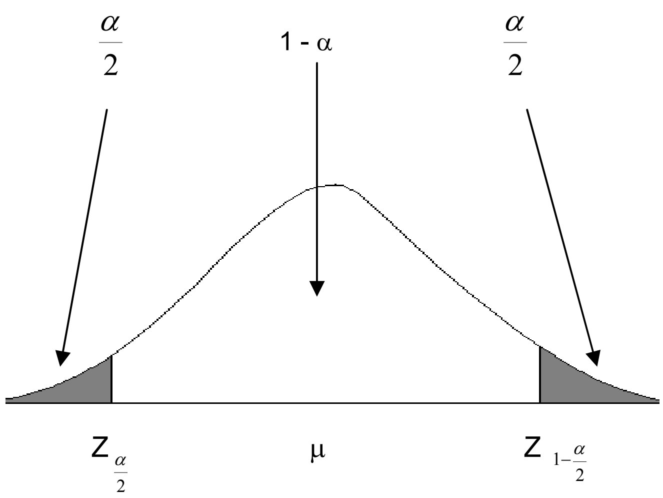
▼ Estimación de la media

Sea α la probabilidad de tener error en la estimación del parámetro, entonces 1-α es un valor que indica que el intervalo contiene el parámetro en cuestión; si este valor se localiza en el área bajo la curva normal estándar (acumulada), los límites de 1-α son $-Z_{\frac{\alpha}{2}}$ y $+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$. Como la distribución muestral de $\bar{x}$ se puede aproximar mediante la distribución normal de media μ y error típico e($\bar{x}$) = $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, entonces el intervalo que contiene la verdadera media de la población será:

$$\boxed{\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

La expresión 1 - α se conoce como **nivel de confianza** de encontrar el parámetro, que se encuentra entre los dos valores críticos y bajo la curva normal; es el intervalo de confiabilidad para localizar algún evento.

Esta estimación se representa en la gráfica siguiente:



▼ Estimación de la proporción de la población

Sea **p** la proporción muestral, donde x es el número de éxitos y n el tamaño de la muestra. Como $\frac{p(1-p)}{n}$ es la desviación típica estimada de la proporción muestral, entonces la expresión que nos otorga un intervalo de confianza para P, la verdadera proporción de la población, es:

$$\boxed{p - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq P \leq p + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

Donde: p = $\frac{x}{n}$

▼ Estimación de la diferencia entre dos medias

Ésta se representa con $\hat{d}$ y es la diferencia entre las medias muestrales independientes $\overline{x}_1$ y $\overline{x}_2$ tomadas de una población, donde:

$$\hat{d} = \overline{x}_1 - \overline{x}_2$$

El error típico es:

$$e(d) = Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^{2}}{n_1}+\frac{\sigma_2^{2}}{n_2}}$$

Donde:

σ_1^2 y σ_2^2 Son varianzas de la población

n_1 y n_2 Son tamaño de muestras de la población

En el intervalo de confianza (d) la verdadera diferencia de las medias de la población está en el intervalo:

$$\hat{d} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^{2}}{n_1}+\frac{\sigma_2^{2}}{n_2}} \le d \le \hat{d} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^{2}}{n_1}+\frac{\sigma_2^{2}}{n_2}}$$

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

La desviación estándar de una distribución normal es de 16. Si se toma una muestra de 36 puntuaciones de esa distribución y se encuentra que su media es 62, obtener un intervalo de confianza del 96% para μ, la media verdadera de la distribución.

Paso 1. Identificar los datos

$$\sigma = 16 \qquad n = 36 \qquad \bar{x} = 62 \qquad 1 - \alpha = 96\%$$

Paso 2. Obtener el valor de Z(1 – α/2) de la tabla 5 directamente, sólo conociendo el valor del nivel de significancia buscándolo en la columna de Z(1 – α/2), por tratarse de un intervalo de confianza.

%	Z(1 – α/2)
91	1.695
92	1.751
. .	. .
96	**2.054**

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.054$$

Paso 3. Sustituir los valores en la fórmula de estimación de la media:

$$\boxed{\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$62 - (2.054)\frac{16}{6} \leq \mu \leq 62 + (2.054)\frac{16}{6}$$

$$62 - 5.4773 \leq \mu \leq 62 + 5.4773$$

Por lo tanto, el intervalo es: **56.52 ≤ μ ≤ 67.47**

***NOTA**: Para saber qué formula aplicar, en el planteamiento aparece el título de los diferentes casos de estimación.*

Resuelve el siguiente problema utilizando el procedimiento anterior.

Se desea estimar la verdadera proporción de fumadores de cierta ciudad. Una muestra aleatoria de 500 personas indica que el 70% fuman. ¿Cuál es la verdadera proporción estimada para un intervalo de confianza del 92%?

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: En los paréntesis de la izquierda coloca la letra de la respuesta correcta.

1. ( ) La estimación, que es un único valor estadístico y se usa para estimar un parámetro, se conoce como

   a) Estimación por intervalo
   b) Estimación puntual
   c) Estimación de la media
   d) Estimación de proporción

2. ( ) La estimación usa un estadístico llamado

   a) Estimación
   b) Nivel de confianza
   c) Estimador
   d) Valor crítico

3. ( ) Se define como un intervalo de ancho finito que se espera contenga al parámetro

   a) Estadística inferencial
   b) Estimación
   c) Estimación puntual
   d) estimación por intervalo

4. ( ) La estimación de la diferencia de dos medias pertenece a una

   a) Estimación
   b) Estimación por intervalos
   c) Estimación puntual
   d) Estimación estadística

INSTRUCCIONES: En los planteamientos siguientes determina lo que se te pide en cada caso colocando el desarrollo en los espacios en blanco.

5. De la tabla siguiente determina la estimación puntual (μ)

DATO	1	2	3	4	5	6
FRECUENCIA	2	1	1	8	36	2

6. Las alturas de una muestra aleatoria de 50 estudiantes mostraron una media de 174.5 cm y una desviación estándar de 8.9 cm. Determina un intervalo de confianza de 98% para la altura promedio de todos los estudiantes.

7. Una encuesta realizada para saber si veían el programa de televisión "ÁNDALE" proporciona los siguientes resultados: de 200 personas entrevistadas 162 contestaron que sí. Obtener un intervalo de confianza de 99% para P a la verdadera proporción de las personas que ven ese programa.

8. Se aplicó un examen diagnóstico a dos grupos obteniendo los resultados siguientes:

	Muestra 1	Muestra 2
No. de alumnos	n = 121	n = 121
Media muestral	$\bar{x}_1 = 5$	$\bar{x}_2 = 3$
Varianza	$\sigma^2_1 = 8$	$\sigma^2_2 = 6$

Obtener un intervalo de confianza del 97% para estimar *d*, la verdadera diferencia entre la media de los dos grupos.

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	b
2	c
3	d
4	b
5	$\mu = 8.33$
6	Intervalo: $171.57 \leq \mu \leq 177.42$
7	Intervalo: $0.7385 \leq P \leq 0.8814$
8	Intervalo: $1.2109 \leq d \leq 2.7381$

Sugerencias

En los ejercicios del 1 al 4 sólo lee el texto y cada una de las definiciones dadas.

En los ejercicios del 5 al 8 identifica cada uno de los datos dados en cada planteamiento. Sigue los pasos que se desarrolla en cada ejemplo resuelto.

De acuerdo con la Tabla 5 busca en Z (1 - $\alpha/2$), así como el nivel de significancia en porcentaje.

Revisa el libro de Mendenhall, William: *Estadística para Administradores*, en las páginas 195 – 235 para reafirmar tus conocimientos sobre la resolución de problemas de estimación.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

Cuentas con 90 minutos para contestar.

INSTRUCCIONES: Coloca en el paréntesis de la izquierda de cada enunciado la letra de la respuesta correcta.

1. ( ) El proceso de decisión de aceptar o de rechazar una hipótesis estadística se conoce como:

    a) Hipótesis alterna
    b) Hipótesis nula
    c) Prueba de Hipótesis
    d) Hipótesis estadística

2. ( ) La Hipótesis que se conoce del planteamiento se llama

    a) Hipótesis nula
    b) Hipótesis experimental
    c) Prueba de Hipótesis
    d) Hipótesis estadística

3. ( ) La afirmación que se hace de un parámetro de la población se conoce como:

    a) Hipótesis alterna
    b) Hipótesis estadística
    c) Hipótesis
    d) Hipótesis nula

4. ( ) El objetivo principal de la estadística inferencial es desarrollar una

    a) Hipótesis
    b) estimación
    c) Error
    d) Estimación puntual

5. ( ) La estimación tiene dos tipos que se conocen como

    a) Puntual y prueba de Hipótesis
    b) Puntual y por intervalos
    c) Por intervalos y valor crítico
    d) Puntual y nivel de significancía

6. ( ) La diferencia entre una estimación puntual y una estimación por intervalo se debe a que la primera sólo maneja un valor y la otra un

    a) Error estadístico
    b) Valor crítico
    c) Intervalo
    d) Nivel de significancía

INSTRUCCIONES: En los planteamientos siguientes determina lo que se te pide según sea el caso, colocando en el espacio en blanco el procedimiento.

7. Se sabe que una distribución normal tiene una varianza de 225. Determine un intervalo de confianza del 93% para la media verdadera si se tiene una muestra de 25 puntuaciones con una media muestral de 102.

8. En una muestra aleatoria de 100 casas de determinada ciudad se encuentra que 28% de ellos tiene calefacción de petróleo. Encuentre el intervalo de confianza del 99% para la proporción de hogares en esta ciudad que tiene este tipo de calefacción.

9. Se quiere estimar la verdadera diferencia en las ventas diarias realizadas por 2 empleados. Se toman dos muestras con los siguientes resultados.

	Empleado 1	Empleado 2
No. Días	$n_1 = 50$	$n_2 = 50$
Promedio diario	$\bar{x}_1$ = \$10,000	$\bar{x}_2$ = \$12,000
Varianza	σ_1^2 = $\$^2$ 6’000,000	σ_2^2 = $\$^2$ 6’000,000

Calcule el intervalo de confianza del 98% para la verdadera diferencia en los valores promedio de ventas diarias.

CLAVE DE RESPUESTA

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	c
2	a
3	b
4	b
5	b
6	c
7	Intervalo: $96.564 \leq \mu \leq 107.436$
8	Intervalo: $0.1643 \leq P \leq 0.3956$
9	Intervalo: $-3139.50 \leq d \leq -860.49$

UNIDAD 5

APLICACIONES DE LA INFERENCIA ESTADÍSTICA

UNIDAD 5

5.1 MUESTREO DE ACEPTACIÓN

Aprendizajes
• Aplicar los elementos esenciales de un plan de muestreo por lotes. • Relacionar el concepto de error tipo I al riesgo del productor en un muestreo de aceptación. • Relacionar el concepto de error tipo II al riesgo del consumidor en un muestreo de aceptación.

La inferencia estadística trata de llegar a conocer o explicar el comportamiento de la población mediante los datos de una muestra (recolección de datos).

Las ventajas que tiene el muestreo es que se trata de un proceso económico y rápido, sin embargo, tiene como desventaja que al seleccionar la muestra ésta debe ser lo más representativa de la población.

Al seleccionar una muestra se debe especificar:

- El método de selección de los individuos de la población (tipo de muestreo a utilizar)
- El tamaño de la muestra
- El grado de fiabilidad de las conclusiones que se van a obtener

Se entiende por **lote** a una agrupación de artículos producidos por una fábrica y pueden ser de dos o más artículos, dependiendo de la naturaleza (tamaño) del producto.

Un plan de muestreo por lotes es una prueba de hipótesis para determinar si se acepta o no un lote de acuerdo con un número de aceptación de productos defectuosos impuesto por el productor y por el consumidor. Sirve para controlar la calidad de un producto durante su elaboración y se aplica justo antes de enviar el producto a los clientes; su propósito es reducir la proporción de artículos defectuosos.

El plan de muestreo tiene los siguientes elementos:

- Una muestra aleatoria de **"n"** artículos de cada lote.
- El número **"x"** de artículos defectuosos en cada muestra.
- Un número de artículos defectuosos **"c"** aceptados por el productor.
- La proporción de artículos defectuosos **"p_0"** aceptados por el consumidor (cliente).
- La proporción de artículos defectuosos **"p"** aceptados por el productor.

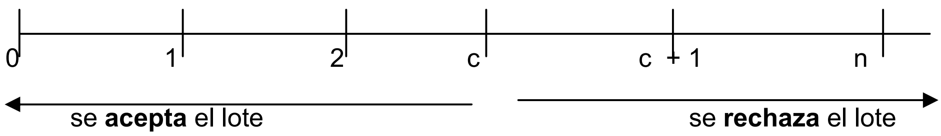
El procedimiento que se sigue en la elaboración de un plan de muestreo es el siguiente:

⌘ Se toma una muestra fija **n** de artículos de cada lote.

⌘ Se identifica si cada artículo es o no defectuoso.

⌘ Se establece un número de aceptación **c** previamente establecido, tomando la decisión de que si el número de artículos defectuosos es mayor que **c** se rechaza el lote y se retiene para hacer un segundo muestreo.

⌘ Gráficamente se tiene que:



Es decir, **si el número de artículos defectuosos es menor o igual que el lote se acepta** (valores del lado izquierdo de c); **pero si son mayores que c se rechaza** (valores del lado derecho de c), sólo se consideran valores enteros, ya que se trata de productos y no pueden existir decimales.

Anteriormente se mencionó que el plan de muestreo por lotes es una prueba de hipótesis, pero con respecto a la probabilidad de aceptar un cierto número de artículos defectuosos.

Como sabemos, al tomar decisiones se cometen errores y en una prueba de hipótesis se conocen dos:

Error tipo I: Es la probabilidad de **rechazar la hipótesis nula** cuando ésta es verdadera, y se representa con el símbolo α que se conoce como nivel de significancia.

Error tipo II: Es la probabilidad de **aceptar la hipótesis nula** cuando es falsa y se representa con el símbolo β**.**

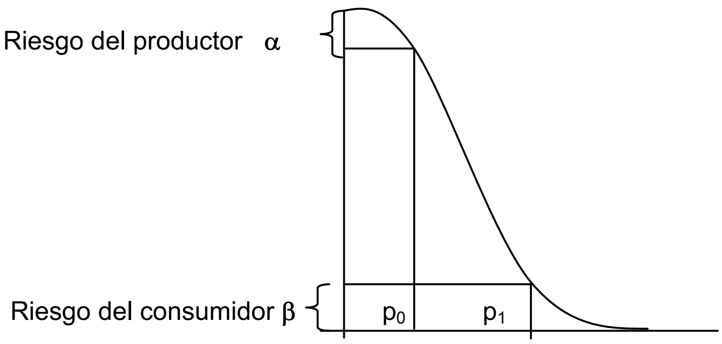
En este caso como se trata de tomar una decisión con respecto a la aceptación de un lote considerando el número de productos defectuosos de acuerdo con el productor y el consumidor tenemos que:

El productor establece una fracción de productos defectuosos por lote denominada "p_0". Para decir si el lote se acepta se debe cumplir que "p" (probabilidad de productos defectuosos de un lote) sea menor que "p_0". De acuerdo con esto, el riesgo del productor es la probabilidad de rechazar lotes si en realidad la fracción de artículos defectuosos en el lote "p" es igual o menor que la que establece el productor "p_0". En términos de la prueba de hipótesis, el riesgo del productor es la probabilidad de cometer un error tipo I.

El riesgo en que incurre el cliente se conoce como riesgo del consumidor, que es la probabilidad de aceptar lotes que contienen una fracción de artículos defectuosos por lote mayor que la establecida por el consumidor. En términos de prueba de hipótesis, el riesgo del consumidor es la probabilidad de cometer un error tipo II.

Estos riesgos los podemos asociar a través de una gráfica conocida como **curva característica operativa.** Se trata de una gráfica de la probabilidad de aceptación de los lotes P(c).

Contra la fracción de productos defectuosos por lote p, de acuerdo con la siguiente figura:



NOTA: La forma de esta gráfica nunca cambia.
Para encontrar el **riesgo del productor** se aplica la expresión:

$$\boxed{\boldsymbol{\alpha = P(x > c) = 1 - P(x \leq c)},\ \text{cuando } p = p_o}$$

El **riesgo del consumidor** se determina con la expresión:

$$\boldsymbol{\beta = P(x \le c)}, \text{ cuando } p = p_1$$

Donde:

α riesgo del productor en porcentaje
β riesgo del consumidor en porcentaje
P(c) probabilidad de aceptación
p_0 probabilidad de aceptar un número de artículos defectuosos del productor
p_1 probabilidad de aceptar un número de artículos defectuosos del consumidor
c número de aceptación de artículos defectuosos
p probabilidad de que aparezca un artículo defectuoso.

Para construir la **curva característica operativa** se realiza el siguiente procedimiento:

- Se identifican los datos **n, p, c, N, p_o , p_1** del planteamiento
- Se determina el riesgo del productor con la expresión

$$\alpha = P(x > c) = 1 - P(x \le c)$$

Recuerda que es el número de aceptación de productos defectuosos y ésta se obtiene con la fórmula de distribución Binomial.

$$P(x = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

De donde se sigue que P(x ≤ c) = $\sum_{k=0}^{k=c} \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$. Por ejemplo, si c = 1, se toman los valores de 0 y 1, quedando el cálculo de la probabilidad de **c** como P(x ≤ 1) = P(x = 0) + P(x = 1); es decir, se toman los valores menores e iguales que el de **c**.

- Determinar el **riesgo del consumidor** con la expresión

$$\beta = P(x \le c)$$

- Trazar la curva característica operativa utilizando los datos obtenidos de α y β.
    - Colocando los valores de los riesgos en el eje vertical
    - En el eje horizontal se colocan los valores de p_o y p_1

Recuerda cómo construyes una gráfica (repasa tus notas de la materia Matemáticas II), cuando los intervalos en que se dividen los ejes deben ser iguales (del mismo tamaño). Como se trata de graficar probabilidades en ambos ejes, estos valores van de 0 a 1. Por consiguiente se sugiere dividir los intervalos en una escala de décimas, como por ejemplo 0.0, 0.1, 0.2, ... 0.9, 1.0 o más pequeños si hace falta.

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

Un fabricante de empaques metálicos embarca un producto en lotes de 500. El plan de muestreo de aceptación empleado antes del embarque se hace en un tamaño de muestra **n = 10** y un número de aceptación **c = 1**.

Observa los pasos que se siguen para calcular el riesgo del productor (**p_o= 0.05**), del consumidor (**p_1= 0.20**), y cómo se elabora su gráfica.

Riesgo del productor

Paso 1. Identificar datos:

N = 500 n = 10 c = 1 $p_o = 0.05$

Paso 2. Usar la expresión: α **= 1 – p(x ≤ c)**

Como c = 1, la $p(x \leq c) = p(x = 0) + p(x = 1)$

Por lo tanto $\alpha = 1 - p(x \leq 1) = 1 - [\,p(x = 0) + p(x = 1)] = 1 - 0.599 - 0.315 = 0.086$ ó 8.6%.

Riesgo del consumidor

Paso 1. Identificar datos:

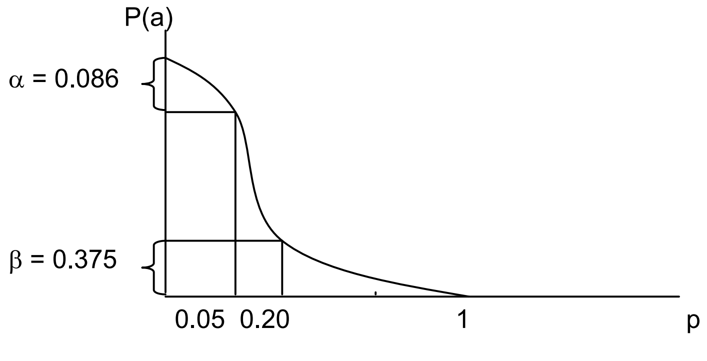
N = 500 n = 10 c = 1 $p_1 = 0.20$

Paso 2. Usar la expresión β **= p(x ≤ c)**, cuando $p_1 = 0.20$.

Sustituyendo valores: $\beta = p(x \leq 1) = p(x = 0) + p(x = 1) = 0.107 + 0.268 = 0.375$ ó 37.5%.

Curva característica operativa

Paso 1. Trazar la gráfica



Para colocar los valores sabemos que la máxima probabilidad es 1 en el eje horizontal, el cual se puede dividir de 0, 0.1, 0.2, ...1. En el vertical se coloca el riesgo del productor en la parte superior de la curva y en la parte inferior el riesgo del consumidor, aunque los valores deben ir de menor a mayor, de abajo hacia arriba, pero como las llaves lo señalan sólo ésta indica la probabilidad de los riesgos.

Esto significa que:

- El productor rechazará el 8.6% de los lotes, incluso si la fracción de artículos defectuosos es tan pequeña como 0.05.

- El consumidor se arriesga a aceptar lotes que contienen una fracción de artículos defectuosos de $p_1 = 0.20$, el 37.6% del tiempo.

Resuelve el planteamiento siguiente como en el procedimiento anterior.

Un plan de muestreo para aceptar lotes utiliza una muestra aleatoria de tamaño **n = 25**, con un número de aceptación **c = 2**. Construye la curva característica con $\mathbf{p_0 = 0.01}$ y $\mathbf{p_1 = 0.30}$.

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: Lee con atención cada planteamiento y contesta correctamente lo que se pide y anexa el procedimiento.

1. Un comprador y un vendedor convienen en utilizar un plan de muestreo con un tamaño muestral $n = 5$ y un número de aceptación $c = 0$. ¿Cual es la probabilidad de que el comprador acepte un lote con las siguientes fracciones de defectuosos?

P
0.0
0.1
0.3
0.5
1.0

2. Repite el mismo ejercicio anterior con $n = 5$ y $c = 1$

3. Usando los mismos datos del ejercicio calcula p, cuando $n = 10$ y $c = 0$

4. Calcule el riesgo del productor para un plan de muestreo con $n = 25$, $c = 0$ y $P_o = 0.05$

5. Con los datos del problema 4, calcule el riesgo del consumidor de aceptar lotes con una fracción de defectos de $P_l = 0.20$

6. Un ingeniero de control de calidad desea conocer la probabilidad de aceptar un lote cuando $c = 5$, $n = 25$ y $P_1 = 0.05$, $P_1 = 0.10$, $P_1 = 0.20$, $P_1 = 0.30$ y $P_1 = 0.40$.

7. Un fabricante de radios y televisores que compra grandes lotes de transistores a un proveedor de equipos electrónicos, quiere aceptar todos los lotes con una fracción de defectuosos menor que 6%. El inspector de lotes del fabricante selecciona $n = 25$ transistores de cada lote, enviado por el proveedor y registra el número de defectuosos. Establezca el riesgo del productor cuando $c = 2$.

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número. de pregunta	Respuesta Correcta
1	P (0.0) = 1.000 P (0.1) = 0.590 P (0.3) = 0.168 P (0.5) = 0.031 P (1.0) = 0.000
2	P (0.0) = 1.000 P (0.1) = 0.918 P (0.3) = 0.528 P (0.5) = 0.187 P (1.0) = 0.000
3	P (0.0) = 1.000 P (0.1) = 0.349 P (0.3) = 0.028 P (0.5) = 0.001 p (1.0) = 0.000
4	Riesgo del productor = 72.3%
5	Riego del consumidor = 0.4%
6	P (0.05) = 0.999 P (0.10) = 0.966 P (0.20) = 0.618 P (0.30) = 0.192 P (0.40) = 0.029
7	Riesgo del productor = P(x > 2) = 1 – P(x =0) – P(x = 1) – P(x = 2) = 1 – 0.2129 – 0.3397 – 0.2602 = 0.1872 ó 18.72%
Sugerencias	
Para cada problema, utiliza la fórmula de distribución Binomial si los valores no aparecen en la tabla. Recuerda que el valor de c es como si fuera x.	

5.2 DIAGRAMA DE CONTROL

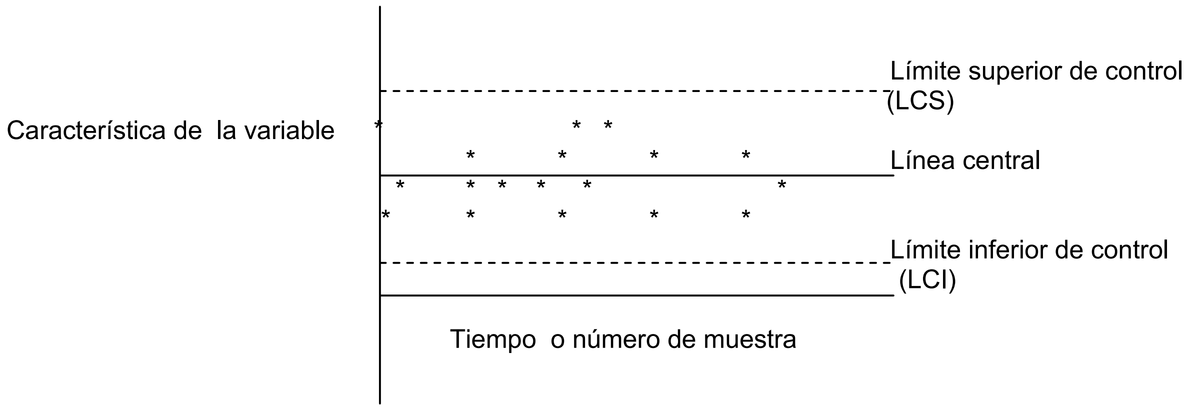
Aprendizajes
• Identificar las características de un diagrama de control estadístico de calidad. • Identificar las características de un proceso de control estadístico. • Construir un diagrama de control estadístico.

Durante un proceso de producción no sólo se toman decisiones sobre aceptar o rechazar un lote por la cantidad de artículos defectuosos, se debe buscar también por qué el número de artículos defectuosos está rebasando los límites establecidos por el productor y esto se lleva a cabo controlando el proceso de producción a través de un **diagrama de control estadístico de calidad.**

Al decir calidad se hace referencia a ciertas características que debe cumplir un producto, tales como la adecuación para su uso, la consistencia y la conformidad con respecto a los requisitos, etc. Actualmente existen varios productores o fabricantes de un artículo, los cuales entran en una constante competencia para saber cuál es de mejor calidad. Durante su producción lo mantienen bajo control a través de un **diagrama de control estadístico de calidad**.

Un diagrama de control presenta las siguientes características:

- Es una representación en el plano (x, y) del tiempo contra una característica del producto
- En el eje **x** se coloca el tiempo o número de muestra
- En el eje **y** se coloca el valor de la media y los límites de control
- Todos los puntos son positivos
- Sólo se grafica las medias muestrales o el rango de dichas muestras
- Lleva una línea recta central horizontal como punto de referencia
- Tiene dos líneas rectas horizontales, una en la parte superior (LCS) y otra en la parte inferior (LCI), a partir de la línea central, conocidas como límites de control, como se muestra a continuación:



- Representa el comportamiento del proceso de producción
- La variación de una variable que mide una característica de calidad de un producto se debe a una causa asignable o bien una variación aleatoria

Las características de calidad sobre las cuales se construyen los diagramas de control generalmente toman dos categorías: **variables** y **atributos**.

En el caso de los diagramas de control de **variables** se refiere a **una variable continua;** para el caso de los **atributos** es **una variable discreta;** refleja si el producto individual es aceptable o no.

Para construir el diagrama de control se toman en cuenta los siguientes elementos:

- Las características de la variable
- El tiempo
- Los límites de control inferior y superior (LCI y LCS)
- La línea central que representa las medias de las mediciones de la muestra, $\bar{\bar{x}}$

Existen diferentes diagramas de control, pero nosotros únicamente estudiaremos el de las **medias** (gráfica de $\bar{\bar{x}}$) y el del **rango** (gráfica R).

Para el caso de la gráfica $\bar{\bar{x}}$ se realiza el siguiente procedimiento

⌘ Se calcula la media muestral de las mediciones. Recuerda que esto se hace usando la siguiente fórmula:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}}$$

El número de la muestra y las mediciones se proporcionan como datos en una tabla como la siguiente.

Muestra	Mediciones muestrales			Media muestral $\bar{x}_i$	Rango muestral R_i
1	0.992	1.007	1.016	**1.0050**	**0.024**
2	1.015	0.984	0.976	**0.9917**	**0.039**
3	0.988	0.993	1.011	**0.9973**	**0.023**
4	0.996	1.020	1.004	**1.0067**	**0.024**
5	1.015	1.006	1.002	**1.0077**	**0.013**

NOTA: n = 3 porque n es el número de mediciones muestrales.

Para la muestra 1

$$\bar{x}_1 = \frac{0.992 + 1.007 + 1.016}{3} = \frac{3.015}{3} \approx 1.005$$

Para la muestra 2

$$\bar{x}_2 = \frac{1.015 + 0.984 + 0.976}{3} = \frac{2.975}{3} \approx 0.9917$$

NOTA: Así se calculan las demás medias muestrales para cada muestra y se van colocando los resultados en la tabla anterior en la **columna de $\bar{\bar{x}}$**.

⌘ Se calcula la media de todas las medias muestrales

Fórmula	Sustituyendo
$\overline{\overline{x}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{i=k} \overline{x}_i}{k}$	$\overline{\overline{x}} = \dfrac{1.0050+0.9917+0.9973+1.0067+1.0077}{5} = \dfrac{5.0084}{5} \approx 1.00168$

Donde: k = total de muestras
x_i = medias muestrales

⌘ Se calcula el **rango** de las mediciones muestrales

Esto se hace con la fórmula

R_i = Valor mayor - Valor menor

Retomando los datos de la tabla anterior se obtiene.

Para la muestra 1

R_1 = 1.016 - 0.992 = **0.024**

Para la muestra 2

R_2 = 1.015 - 0.976 = **0.039**

NOTA: Así se calculan el rango para cada muestra y se van colocando los resultados en la tabla anterior en la **columna de R_i**
.
El **rango medio** se determina en la forma siguiente:

Fórmula	Sustituyendo
$\overline{R} = \dfrac{\sum_{i=1}^{i=k} R_i}{k}$	$\overline{R} = \dfrac{0.024+0.039+0.023+0.024+0.013}{5} = \dfrac{0.123}{5} = 0.0246$

Donde: k = total de muestras
R_i = rangos muestrales

⌘ Se calculan los límites de control

Para el límite de **control superior**

Fórmula
LCS = $\bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$

Para el límite de **control inferior**

Fórmula
LCI = $\bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$

Donde: $\bar{\bar{x}}$ = media de las medias
$\bar{R}$ = rango medio
A_2= constante que se obtiene en la TABLA 6 (factores utilizados en la elaboración de diagramas de control) sólo tomando en cuenta el valor de n.

Para buscar en la TABLA 6 el valor de $\mathbf{A_2}$ tenemos que para **n = 3**

Número de observaciones en la muestra	Diagrama para medidas			Diagramas para desviaciones estándares				
	Factores para límites de control			Factores para línea central		Factores para límites de control		
n	A	A_1	$\mathbf{A_2}$	C_2	I/C_2	B_1	B_2	B_3
2	2.121	1.880	1.880	0.5642	1.7725	0	1..843	0
3	1.732	2.394	**1.023**	0.7236	1.3820	0	1.858	0
4	1.501	1.880	0.729	0.7979	1.2533	0	1.756	0
.								
.								

Por lo tanto **$\mathbf{A_2}$ = 1.023**

⌘ Se construye la gráfica de control

- o El eje horizontal se divide en el número de horas, días, meses, etc.
- o El eje vertical se divide de acuerdo con los valores de la media muestral y los límites de control.
- o Se grafican los valores de las medias muestrales, es decir, los valores de la columna de $\bar{x}_i$ formando coordenadas (parejas ordenadas del tipo: (muestra, $\bar{x}_i$).

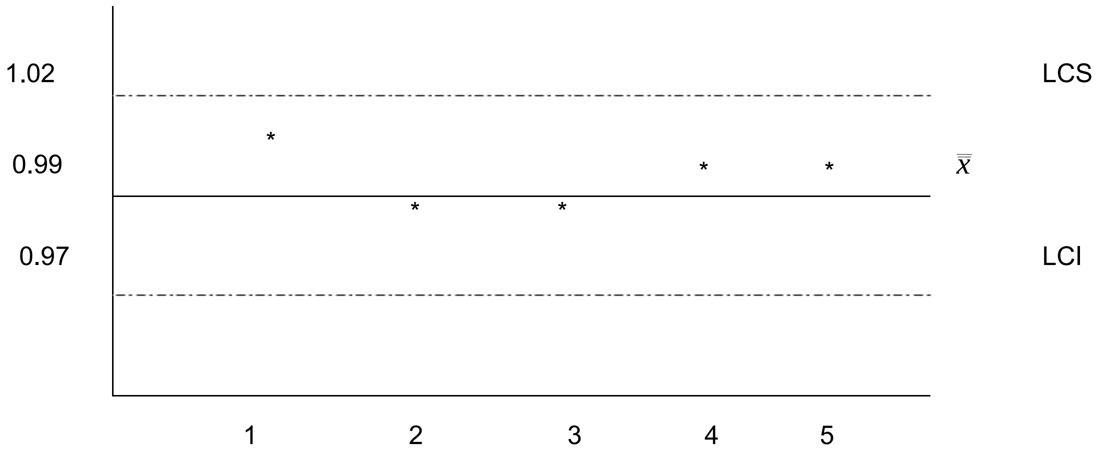
Por ejemplo, si se tienen los datos siguientes:

Muestra	**Mediciones muestrales**			**Media muestral** $\bar{x}_i$	**Amplitud muestral** R_i
1	0.992	1.007	1.016	1.0050	0.024
2	1.015	0.984	0.976	0.9917	0.039
3	0.988	0.993	1.011	0.9973	0.023
4	0.996	1.020	1.004	1.0067	0.024
5	1.015	1.006	1.002	1.0077	0.013

Como los valores tienen varios decimales se toman dos y se redondea de acuerdo con la precisión que se desee tener.

LCI = **0.97**65142	LCS = **1.02**68458	$\bar{x}_i$ = **1.00**168	R = **0.02**46
LCI ≈ **0.98**	LCS ≈ **1.03**	$\bar{x}_i$ ≈ **1.00**	R_i ≈ **0.02**

El diagrama de control queda de la siguiente forma:



Para el caso de la gráfica de R se llevan acabo los siguientes pasos:

⌘ Se calcula el **rango** para cada muestra
⌘ Se determina la línea central usando la fórmula

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} R_i}{k}$$

⌘ Se calculan los límites de control

Límite **superior de control**

Fórmula
LCS = $\overline{R}$ D_4

Límite **inferior de control**

Fórmula
LCI = $\overline{R}$ D_3

Donde: R = rango
D_3 y D_4 = son constantes que se obtienen de la TABLA 6 (Factores utilizados en diagramas de control) conociendo solamente el número de mediciones muestrales (n).

Para buscar en la TABLA 6 el valor de **D_3 y D_4** tenemos que para **n = 3**

Número de observaciones en la muestra	Diagrama para medidas			Diagramas para amplitudes						
	Factores para límites de control			Factores para línea de control		Factores para límites de control				
n	A	A_1	A_2	d_2	l/d_2	d_3	D_1	D_2	**D_3**	**D_4**
2	2.121	1.880	1.880	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.276
3	1.732	2.394	1.023	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	**0**	**2.575**
4	1.501	1.880	0.729	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
.										
.										

⌘ Para construir el diagrama de R se siguen los mismos pasos que la gráfica de las medias solamente que aquí se graficarán los valores de los rangos de cada muestra.

APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

Un sistema de control de calidad muestrea cada hora los diámetros interiores de 3 cojinetes. En la tabla siguiente se observan los datos para 25 muestras. Observa cómo se construye su diagrama de control.

NOTA: Los datos son las columnas de la muestra y de las medias muestrales, las columnas de la **medias muestrales (** $\bar{x}_i$ **)** y de los **rangos (R_i)** son los que se calculan.

Muestra	Mediciones muestrales			Media muestral $\bar{x}_i$	Amplitud muestral R_i
1	0.992	1.007	1.016	**1.0050**	**0.024**
2	1.015	0.984	0.976	**0.9917**	**0.039**
3	0.988	0.993	1.011	**0.9973**	**0.023**
4	0.996	1.020	1.004	**1.0067**	**0.024**
5	1.015	1.006	1.002	**1.0077**	**0.013**
6	1.000	0.982	1.005	**0.9957**	**0.023**
7	0.989	1.009	1.019	**1.0057**	**0.030**
8	0.994	1.010	1.009	**1.0043**	**0.016**
9	1.018	1.016	0.990	**1.0080**	**0.028**
10	0.997	1.005	0.989	**0.9970**	**0.016**
11	1.020	0.986	1.002	**1.0027**	**0.034**
12	1.007	0.986	0.981	**0.9913**	**0.026**
13	1.016	1.002	1.010	**1.0093**	**0.014**
14	0.982	0.995	1.011	**0.9960**	**0.029**
15	1.001	1.000	0.983	**0.9947**	**0.018**
16	0.992	1.008	1.001	**1.0003**	**0.016**
17	1.020	0.988	1.015	**1.0077**	**0.032**
18	0.993	0.987	1.006	**0.9953**	**0.019**
19	0.978	1.006	1.002	**0.9953**	**0.028**
20	0.984	1.009	0.983	**0.9920**	**0.026**
21	0.990	1.012	1.010	**1.0040**	**0.022**
22	1.015	0.983	1.003	**1.0003**	**0.032**
23	0.986	0.990	0.994	**0.9900**	**0.008**
24	1.011	1.012	0.991	**1.0047**	**0.021**
25	0.987	0.987	1.007	**0.9937**	**0.020**
TOTALES				$\Sigma \bar{x}_i = 24.9964$	$\Sigma R_i = 0.581$

Paso1. Calcular la media muestral para cada muestra, recuerda que se utiliza la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n}$$

Donde: n = el total de muestras
X_i = el valor de cada muestra

Para la muestra 1

$$\bar{x}_1 = \frac{0.992 + 1.007 + 1.016}{3} = \frac{3.015}{3} = 1.0050$$

Para la muestra 2

$$\bar{x}_2 = \frac{1.015 + 0.984 + 0.976}{3} = \frac{2.975}{3} \approx 0.9917$$

Así se calculan las 25 muestras y se colocan los resultados en la tabla en la columna de $\mathbf{X_i}$.

Paso 2. Calcular la **media de las medias** $\bar{\bar{x}}$ **,** aplicando la fórmula:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} \bar{x}_i}{k}$$

Donde: k = 25 (recuerda que el símbolo $\sum$ significa sumatoria de ...) por lo tanto tenemos que:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{24.9964}{25} \approx 0.9999$$

Paso 3. Calcular el **rango** para cada muestra.

Rango = *valor mayor* **menos** *valor menor* de las mediciones de las muestras

Para la muestra 1 tenemos que

$R_1 = 1.016 - 0.992 = \mathbf{0.024}$

Para la muestra 2

$R_2 = 1.015 - 0.976 = \mathbf{0.039}$

Así para cada muestra, los resultados se colocan en la tabla en la columna de $\mathbf{R_i}$.

Paso 4. Calcular el **rango medio**:

$$\overline{R} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} R_i}{k}$$

Por lo tanto $\overline{R} = \frac{0.581}{25} \approx 0.02324$

Paso 5. Calcular los **límites de control**

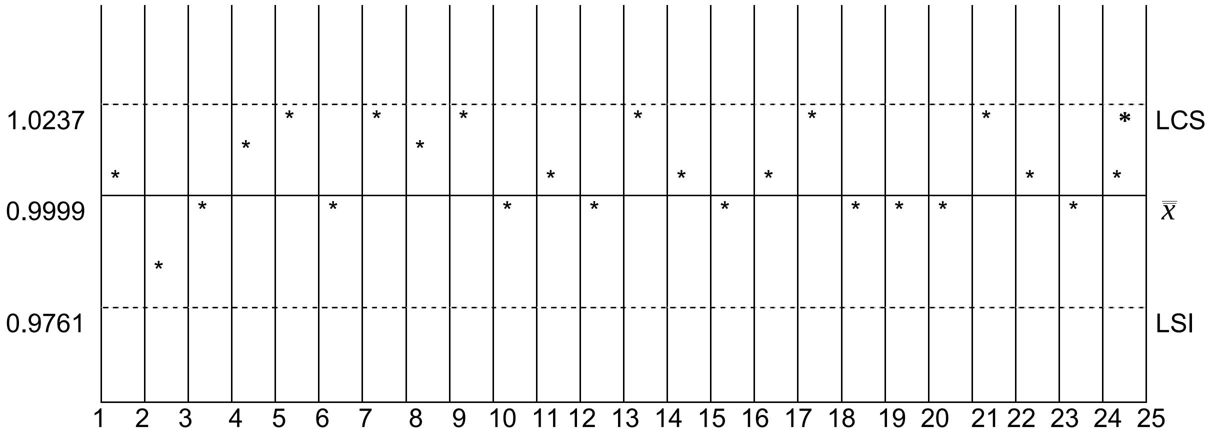
LCS = $\overline{x} + A_2\overline{R}$	LCI = $\overline{x} - A_2\overline{R}$

Por lo tanto: LCS = (0.9999) + (1.023) (0.02324) = **1.0237**
LCI = (0.9999) – (1.023) (0.02324) = **0.9761**

NOTA: *Toma sólo 4 decimales como mínimo y redondea el último.*

.

Paso 6. Construir el diagrama de control



Recuerda que al construir una gráfica los intervalos en que se divide el eje **X** y el eje **Y** son iguales, en este caso el eje **Y** se divide empezando de 0.97, 0.98, 0.99, ..., 1.02 (no se ponen todos los valores porque el espacio es pequeño y por lo tanto los puntos se ponen de forma aproximada).

Un aspecto importante de considerar al analizar un diagrama de control es que cuando los puntos o muestras caen dentro de los límites superior e inferior, se dice que **el proceso está bajo control**. Si por el contrario, algunos puntos caen fuera de estos límites, entonces el proceso se encontrará **fuera de control**.

Con los mismos datos, y siguiendo el procedimiento anterior, ahora traza un diagrama de control para **R**.

EJERCICIOS

INSTRUCCIONES: Llena los espacios en blanco con las respuestas correctas.

1. Un diagrama de control es útil para mejorar _____________ de un proceso.

2. Un diagrama de control se caracteriza por tener elementos principales que son la ______________ _____________, y ____ .

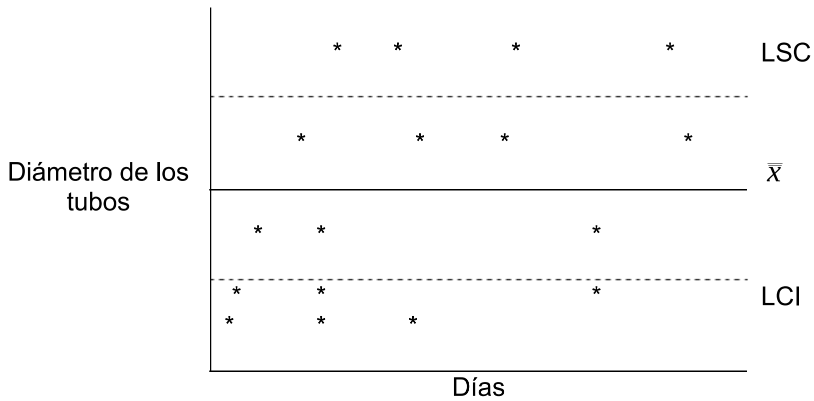
3. Un diagrama de control es un plano cartesiano en el que en el eje horizontal se coloca ____________ y en el vertical se colocan ____________________ que representan a __________________.

4. Un proceso está bajo control cuando la variación es de tipo _________________.

5. Cuando un proceso está bajo control no significa que va a producir artículos ______________.

INSTRUCCIONES: Contesta correctamente cada planteamiento de acuerdo con lo que se te pide anexando el procedimiento.

6. De la siguiente figura indica si los procesos están dentro o fuera de control.

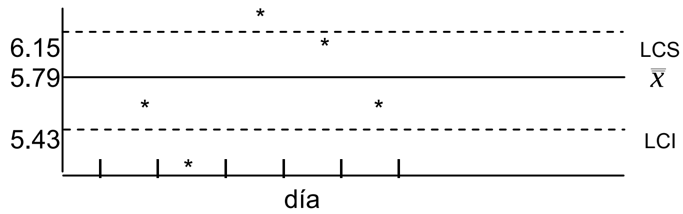
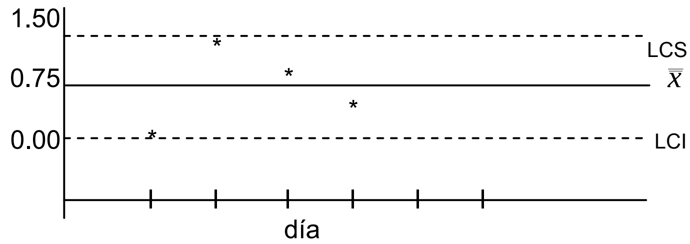


7. Un fabricante de botellas observó que durante un tiempo, cuando supuestamente su proceso de manufactura estaba bajo control, el peso medio de las botellas terminadas era de 5.2 onzas, con una desviación estándar de 0.3 onzas. Se obtuvieron los datos observados de muestras de seis botellas seleccionadas del proceso de producción en 50 momentos diferentes. La amplitud media de todas las muestras es igual a 0.6 onzas y la desviación estándar de las amplitudes, era 0.2; durante cada uno de los siguientes cinco días se seleccionaron muestras de n = 6 del proceso de manufactura, con los siguientes resultados.

Día	X	R
1	5.70	0.43
2	5.32	0.51
3	6.21	1.25
4	6.09	0.98
5	5.63	0.60

Construye un diagrama de control de $\overline{\overline{X}}$ y **R** para los datos obtenidos para el periodo durante el cual el proceso estaba bajo control.

TABLA DE COMPROBACIÓN

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	La calidad
2	La media o el rango (la línea central) Límite superior de calidad Límite inferior de calidad
3	El tiempo Característica de la variable
4	aleatoria
5	Productos 100% sin defectos
6	Están fuera de control
7	Para la media  Para el rango  **Nota**: *La colocación de los valores son aproximados*

Sugerencias
En los planteamientos del 1 al 6 comprende las preguntas. En el problema 7 sigue el procedimiento para la construcción de un diagrama de control que se encuentra en el texto. Para una mayor comprensión de qué es un **diagrama de control** lee las páginas 699–706 del libro de William Mendenhall "Estadística para Administradores" y en el libro "Probabilidad y Estadística" de Murray Spiegel.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

Cuentas con **90 minutos** para contestar.

INSTRUCCIONES: Contesta correctamente lo que te pide cada planteamiento.

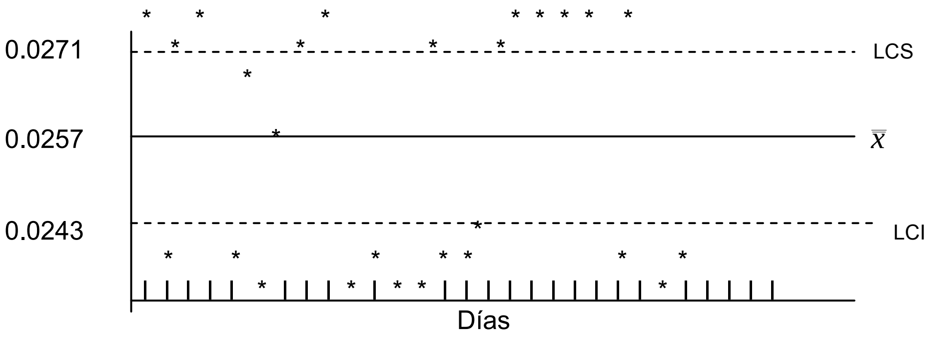
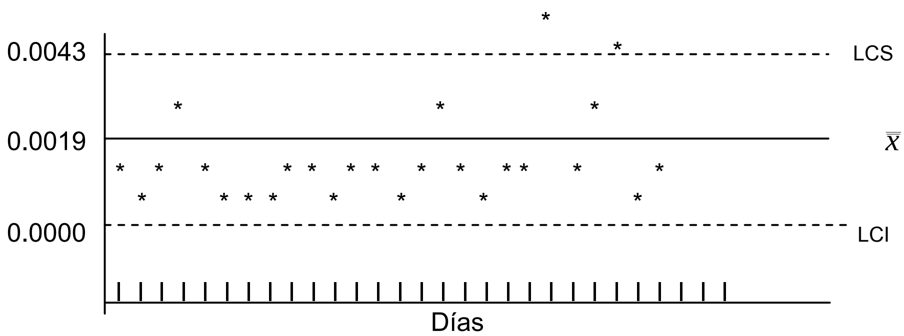
1.- Un comprador está de acuerdo con aceptar un lote de 100 cajas de pilas para reloj con el supuesto de que tiene un porcentaje muy bajo de defectuosas. Para ello propone al vendedor realizar un muestreo con 20 piezas y decide probar sólo 5 y aceptar las 15 restantes, si las cinco funcionan correctamente o rechazar el lote si alguna falla en la prueba.

I) Cuál es la probabilidad de aceptar el lote, si la muestra contiene, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 pilas defectuosas.
II) Cuál es la probabilidad de rechazar el lote, si éste tiene 3 focos defectuosos.

2.- Los datos de la tabla miden la radiactividad en partículas de aire dentro de una planta de energía nuclear. Se registraron cuatro mediciones semanarias durante 26 semanas. Utilice los datos para trazar un diagrama de $\bar{x}$ para localizar los 26 valores de la variable.

Días	Radiación			
1	0.031	0.032	0.030	0.031
2	0.025	0.026	0.025	0.025
3	0.029	0.029	0.031	0.030
4	0.035	0.037	0.034	0.035
5	0.022	0.024	0.022	0.023
6	0.030	0.029	0.030	0.030
7	0.019	0.019	0.018	0.019
8	0.027	0.028	0.028	0.028
9	0.034	0.032	0.033	0.033
10	0.017	0.016	0.018	0.018
11	0.022	0.020	0.020	0.021
12	0.016	0.018	0.017	0.017
13	0.015	0.017	0.018	0.017
14	0.029	0.028	0.029	0.029
15	0.031	0.029	0.030	0.031
16	0.014	0.016	0.016	0.017
17	0.019	0.019	0.021	0.020
18	0.024	0.024	0.024	0.025
19	0.029	0.027	0.028	0.028
20	0.032	0.030	0.031	0.030
21	0.041	0.042	0.038	0.039
22	0.034	0.036	0.036	0.035
23	0.021	0.022	0.024	0.022
24	0.029	0.029	0.030	0.029
25	0.016	0.017	0.017	0.016
26	0.020	0.021	0.020	0.022

CLAVE DE RESPUESTA

Número de pregunta	Respuesta correcta
1	Existe un 64.2% de que el productor cometa un error tipo I y el consumidor un 12.2% de cometer un error tipo II.
2	Para $\bar{x}$  Para **R**  ***Nota**: La colocación de los valores son aproximados*

ANEXOS

TABLA 1
DISTRIBUCIONES BINOMIALES

		P												
n	x	.01	.05	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	.95	.99
1	0	.990	.950	.900	.800	.700	.600	.500	.400	.300	.200	.100	.050	.010
	1	.010	.050	.100	.200	.300	.400	.500	.600	.700	.800	.900	.950	.990
2	0	.098	.903	.810	.640	.490	.360	.250	.160	.090	.040	.010	.003	.000
	1	.020	.095	.180	.320	.420	.480	.500	.480	.420	.320	.180	.090	.020
	2	.000	.003	.010	.040	.090	.160	.250	.360	.490	.640	.810	.903	.980
3	0	.970	.857	.729	.512	.343	.216	.125	.064	.027	.008	.001	.000	.000
	1	.029	.135	.243	.384	.441	.432	.375	.288	.189	.096	.027	.007	.000
	2	.000	.007	.027	.096	.189	.288	.375	.432	.441	.384	.243	.135	.029
	3	.000	.000	.001	.008	.027	.064	.125	.216	.343	.512	.729	.857	.970
4	0	.961	.815	.656	.410	.240	.130	.063	.026	.008	.002	.000	.000	.000
	1	.039	.171	.292	.410	.412	.346	.250	.154	.076	.026	.004	.000	.000
	2	.001	.014	.049	.154	.265	.346	.375	.346	.265	.154	.049	.014	.001
	3	.000	.000	.004	.026	.076	.154	.250	.346	.412	.410	.292	.171	.039
	4	.000	.000	.000	.002	.008	.026	.063	.130	.240	.410	.656	.815	.961
5	0	.951	.774	.590	.328	.168	.078	.031	.010	.002	.000	.000	.000	.000
	1	.048	.204	.328	.410	.360	.259	.156	.077	.028	.006	.000	.000	.000
	2	.001	.021	.073	.205	.309	.346	.313	.230	.132	.051	.008	.001	.000
	3	.000	.001	.008	.051	.132	.230	.313	.346	.309	.205	.073	.021	.001
	4	.000	.000	.000	.006	.028	.077	.156	.259	.360	.410	.328	.204	.048
	5	.000	.000	.000	.000	.002	.010	.031	.078	.168	.328	.590	.774	.951
6	0	.941	.735	.531	.262	.118	.047	.016	.004	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.057	.232	.354	.393	.303	.187	.094	.037	.010	.002	.000	.000	.000
	2	.001	.031	.098	.246	.324	.311	.234	.138	.060	.015	.001	.000	. 000
	3	.000	.002	.015	.082	.185	.276	.313	.276	.185	.082	.015	.002	.000
	4	.000	.000	.001	.015	.060	.138	.234	.311	.324	.246	.098	.031	.001
	5	.000	.000	.000	.002	.010	.037	.094	.187	.303	.393	.354	.232	.057
	6	.000	.000	.000	.000	.001	.004	.016	.047	.118	.262	.531	.735	.941
7	0	.932	.698	.478	.210	.082	.028	.008	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.066	.257	.372	.367	.247	.131	.055	.017	.004	.000	.000	.000	.000
	2	.002	.041	.124	.275	.318	.261	.164	.077	.025	.004	.000	.000	.000
	3	.000	.004	.023	.115	.227	.290	.273	.194	.097	.029	.003	.000	.000
	4	.000	.000	.003	.029	.097	.194	.273	.290	.227	.115	.023	.004	.000
	5	.000	.000	.000	.004	.025	.077	.164	.261	.318	.275	.124	.041	.002
	6	.000	.000	.000	.000	.004	.017	. 055	.131	.247	.367	.372	.257	.066
	7	.000	.000	.000	.000	.000	.002	.008	.028	.082	.210	.478	.698	.932
8	0	.923	.663	.430	.168	.058	.017	.004	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.075	.279	.383	.336	.198	.090	.031	.008	.001	.000	.000	.000	.000
	2	.003	.051	.149	.294	.296	.209	.109	.041	.010	.001	.000	.000	.000
	3	.000	.005	.033	.147	.254	.279	.219	.124	.047	.009	.000	.000	.000
	4	.000	.000	.005	.046	.136	.232	.273	.232	.136	.046	.005	.000	.000
	5	.000	.000	.000	.009	.047	.124	.219	.279	.254	.147	.033	.005	.000
	6	.000	.000	.000	.001	.010	.041	.109	.209	.296	. 294	.149	.051	.003
	7	.000	.000	.000	.000	.001	.008	.031	.090	.198	.336	.383	.279	.075
	8	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.004	.017	.058	.168	.430	.663	.923
9	0	.914	.630	.387	.134	.040	.010	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.083	.299	.337	.302	.156	.060	.018	.004	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.003	.063	.172	.302	.267	.161	.070	.021	.004	.000	.000	.000	.000
	3	.000	.005	.045	.176	.267	.251	.164	.074	.021	.003	.000	.000	.000

		P												
n	x	.01	.05	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	.95	.99
	4	.000	.001	.007	.066	.172	.251	.246	.167	.074	.016	.001	.000	.000
	5	.000	.000	.001	.017	.074	.167	.246	.251	.172	.066	.007	.005	.090
	6	.000	.000	.000	.003	.021	.074	.164	.251	.267	.176	.045	.008	.000
	7	.000	.000	.000	.000	.004	.021	.070	.161	.267	.302	.172	.063	.003
	8	.000	.000	.000	.000	.000	.004	.018	.060	.156	.302	.387	.299	.083
	9	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.002	.010	.040	.134	.387	.630	.914
10	0	.904	.599	.349	.107	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.091	.315	.387	.268	.121	.040	.010	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.004	.075	.194	.302	.233	.121	.044	.011	.001	.000	.000	.000	.000
	3	.000	.010	.057	.201	.267	.215	.117	.042	.009	.001	.000	.000	.000
	4	.000	.001	.011	.088	.200	.251	.205	.111	.037	.006	.000	.000	.000
	5	.000	.000	.001	.026	.103	201	246	.201	.103	.026	.001	.000	.000
	6	.000	.000	.000	.006	.037	.111	.205	.251	.200	.088	.011	.001	.000
	7	.000	.000	.000	.001	.009	.042	.117	.215	.267	.201	.057	.010	.000
	8	.000	.000	.000	.000	.001	.011	.044	.121	.233	.302	.194	.075	.004
	9	.000	.000	.000	.000	.000	.002	.010	.040	.121	.268	.387	.315	.091
	10	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.006	.028	.107	.349	.599	.904
11	0	.895	.569	314	.086	.020	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.099	.329	.384	.236	.093	.027	.005	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.005	.057	.213	.295	.200	.089	.027	.005	.001	.000	.000	.000	.000
	3	.000	.014	.071	.221	.257	.177	.081	.023	.004	.000	.000	.000	.000
	4	.000	.001	.016	.111	.220	.236	.161	.070	.017	.002	.000	.000	.000
	5	.000	.000	.002	.039	.132	.221	.226	.147	.057	.010	.000	.000	.000
	6	.000	.000	.000	.057	.147	.226	.221	.132	.039	.002	.000	.000	.000
	7	.000	.000	.000	.002	.017	.070	.161	.236	.220	.115	.016	.001	.000
	8	.000	.000	.000	.000	.004	.023	.081	.177	.257	.221	.071	.014	.000
	9	.000	.000	.000	.000	.001	.005	.027	.089	.200	.295	.213	.087	.005
	10	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.005	.027	.093	.236	.384	.329	.099
	11	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.004	.020	.086	.314	569	.895
12	0	.885	.540	.282	.069	.014	.002	.000	.000	.000	.000	.000	006	.000
	1	.107	.341	.377	.206	.071	.017	.003	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.006	.099	.230	.283	.168	.064	.016	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	3	.030	.017	.055	.236	.240	.142	.054	.012	.001	.000	.000	.000	.000
	4	.000	.002	.021	.133	.231	.213	.121	.042	.008	.001	.000	.000	.000
	5	.000	.000	.004	.053	.158	.227	.193	.101	.029	.003	.000	.000	.000
	6	.000	.000	.000	.016	.079	.177	.226	.177	.079	.016	.000	.000	.000
	7	.000	.000	.000	.003	.029	.101	.193	.227	.158	.053	.004	.000	.000
	8	.000	.000	.000	.001	.008	.042	.121	.213	.231	.133	.021	.002	.000
	9	.000	.000	.000	.000	.001	.012	.054	.142	.240	.236	.085	.017	.000
	10	.000	.000	.000	.000	.000	.002	.016	.064	.168	.283	.230	.099	.006
	11	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.003	.017	.071	.206	.377	.341	.107
	12	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.002	.014	.069	.282	.540	.886
13	0	.878	.513	.254	.055	.010	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.115	.351	.367	.179	.054	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.007	.111	.245	.268	.139	.045	.010	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	3	.000	.021	.100	.246	.218	.111	.035	.006	.001	.000	.000	.000	.000
	4	.000	.003	.028	.154	.234	.184	.087	.024	.003	.000	.000	.000	.000
	5	.000	.000	.006	.069	.180	.221	.157	.066	.014	.001	.000	.000	.000
	6	.000	.000	.001	.023	.103	.197	.209	.131	.044	.006	.000	.000	.000
	7	.000	.000	.000	.006	.044	.131	.209	.197	.103	.023	.001	.000	.000
	8	.000	.000	.000	.001	.014	.066	.157	.221	.180	.069	.006	.000	.000
	9	.000	.000	.000	.000	.003	.024	.087	.184	.234	.154	.028	.003	.000
	10	.000	.000	.000	.000	.001	.006	.035	.111	.218	.246	.100	.021	.000

							P						
n	x	.01	.05	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	.95	.99
	11	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.010	.045	.139	.268	.245	.111	.007
	12	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.002	.011	.054	.179	.367	.351	.115
	13	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.010	.055	.254	.513	.878
14	0	.869	.488	.229	.044	.007	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.123	.359	.356	.154	.041	.007	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.008	.123	.257	.250	.113	.032	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	3	.000	.026	.014	.250	.194	.085	.022	.003	.000	.000	.000	.000	.000
	4	.000	.004	.035	.172	.229	.155	.061	.014	.001	.000	.000	.000	.000
	5	.000	.000	.008	.086	.196	.207	.122	.041	.007	.000	.000	.000	.000
	6	.000	.000	.001	.032	.126	.207	.183	.092	.023	.002	.000	.000	.000
	7	.000	.000	.000	.009	.062	.157	209	.157	.062	.009	.000	.000	.000
	8	.000	.000	.000	.002	.023	.092	.183	.207	.126	.032	.001	.000	.000
	9	.000	.000	.000	.000	.007	.041	.122	.207	.196	.086	.008	.000	.000
	10	.000	.000	.000	.000	.001	.014	.061	.155	.229	.172	.035	.004	.000
	11	.000	.000	.000	.000	.000	.003	.022	.085	.394	.250	.114	.026	.000
	12	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.006	.032	.113	.250	.257	.123	.008
	13	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.007	.041	.154	.356	.359	.123
	14	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.007	.044	.229	.448	.869
15	0	.860	.463	.206	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.130	.366	.343	.132	.031	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.009	.135	.267	.231	.092	.022	.003	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	.000	.031	.129	.250	.370	.063	.014	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	4	.000	.005	.043	.188	.219	.127	.042	.007	.001	.000	.000	.000	.000
	5	.000	.001	.010	.103	.206	.186	.092	.024	.003	.000	.000	.000	.000
	6	.000	.002	.043	.147	.207	.153	.061	.012	.001	.000	.000	.000	.000
	7	.000	.000	.000	.014	.081	.177	.196	.118	.035	.003	.000	.000	.000
	8	.000	.000	.000	.003	.035	.118	.196	.177	.081	.014	.000	.000	.000
	9	.000	.000	.000	.001	.012	.061	.153	.207	.147	.043	.002	.000	.000
	10	.000	.000	.000	.000	.003	.024	.092	.186	.206	.103	.010	.001	.000
	11	.000	.000	.000	.000	.001	.007	.042	.127	.219	.188	.043	.005	.000
	12	.000	.000	.000	.000	.000	.002	.014	.063	.170	.250	.129	.033	.000
	13	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.003	.022	.092	.231	.267	.135	.009
	14	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.005	.031	.132	.343	.366	.130
	15	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.005	.035	.206	.463	.860
20	0	.818	.358	.122	.012	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.165	.377	.270	.058	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.016	.189	.285	.137	.028	.003	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	.001	.060	.190	.205	.072	.012	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	.000	.013	.090	.218	.130	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	5	.000	.002	.032	.175	.179	.075	.015	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	6	.000	.000	.009	.109	.192	.124	.037	.005	.000	.000	.000	.000	.000
	7	.000	.000	.002	.055	.164	.166	.074	.015	.001	.000	.000	.000	.000
	8	.000	.000	.000	.022	.114	.180	.120	.035	.004	.000	.000	.000	.000
	9	.000	.000	.000	.007	.065	.160	.160	.071	.012	.000	.000	.000	.000
	10	.000	.000	.000	.002	.031	.117	.176	.117	.031	.002	.000	.000	.000
	11	.000	.000	.000	.000	.012	.071	.160	.160	.065	.007	.000	.000	.000
	12	.000	.000	.000	.000	.004	.035	.120	.180	.114	.022	.000	.000	.000
	13	.000	.000	.000	.000	.001	.015	.074	.166	.164	.055	.002	.000	.000
	14	.000	.000	.000	.000	.000	.005	.037	.124	.192	.109	.009	.000	.000
	15	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.015	.075	.179	.175	.032	.002	.000
	16	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.005	.035	.130	.218	.090	.013	.000
	17	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.012	.072	.205	.190	.060	.001

		P												
n	x	.01	.05	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	.95	.99
	18	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.003	.028	.137	.285	.189	.016
	19	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.007	.058	.270	.377	.165
	20	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.012	.122	.358	.818
25	0	.778	.277	.072	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.196	.365	.199	.024	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.024	.231	.266	.071	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	.002	.093	.226	.136	.024	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	.000	.027	.138	.187	.057	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	5	.000	.006	.065	.196	.103	.020	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	6	.000	.001	.024	.163	.147	.044	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	7	.000	.000	.007	.111	.171	.080	.014	. 001	.000	.000	.000	.000	.000
	8	.000	.000	.002	.062	.165	.120	.032	.003	.000	.000	.000	.000	.000
	9	.000	.000	.000	.029	.134	.151	.061	.009	.000	.000	.000	.000	.000
	10	.000	.000	.000	.012	.092	.161	.097	.021	.001	.000	.000	.000	.000
	11	.000	.000	.000	.004	.054	.147	.133	.043	.004	.000	.000	.000	.000
	12	.000	.000	.000	.001	.027	.114	.155	.076	.011	.000	.000	.000	.000
	13	.000	.000	.000	.000	.011	.076	.155	.114	.027	.001	.000	.000	.000
	14	.000	.000	.000	.000	.004	.043	.133	.147	.054	.004	.000	.000	.000
	15	.000	.000	.000	.000	.001	.021	.097	.161	.092	.012	.000	.000	.000
	16	.000	.000	.000	.000	.000	.009	.061	.151	.134	.029	.000	.000	.000
	17	.000	.000	.000	.000	.000	.003	.032	.120	.165	.062	.002	.000	.000
	18	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.014	.080	.171	.111	.007	.007	.000
	19	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.005	.044	.147	.024	.001	.000	.000
	20	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.002	.020	.103	.196	.065	.006	.000
	21	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.007	.057	.187	.338	.027	.000
	22	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.002	.024	.136	.226	.093	.002
	23	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.007	.071	.266	.231	.024
	24	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.024	.199	.365	.196
	25	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.004	.072	.277	.778

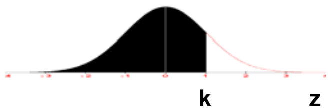
TABLA 2
PROBABILIDAD DE POISSON

	λ									
X	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**.10**
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.0905	0.1637	0.2222	0.2681	0.3033	0.3293	0.3476	0.3595	0.3659	0.3679
2	0.0045	0.0164	0.0333	0.0536	0.0758	0.0988	0.1217	0.1438	0.1647	0.1839
3	0.0002	0.0011	0.0033	0.0072	0.0126	0.0198	0.0284	0.0383	0.0494	0.0613
4		0.0001	0.0002	0.0007	0.0016	0.0030	0.0050	0.0077	0.0111	0.0153
5				0.0001	0.0002	0.0004	0.0007	0.0012	0.0020	0.0031
6							0.0001	0.0002	0.0003	0.0005
7										0.0001

	λ									
X	**1.5**	**2.0**	**2.5**	**3.0**	**3.5**	**4.0**	**4.5**	**5.0**	**6.0**	**7.0**
0	0.2231	0.1353	0.0821	0.0498	0.030	0.0183	0.0111	0.0067	0.0025	0.0009
1	0.3347	0.2707	0.2052	0.1494	0.1057	0.0733	0.0500	0.0337	0.0149	0.0064
2	0.2510	0.2707	0.2565	0.2240	0.1850	0.1465	0.1125	0.0842	0.0446	0.0223
3	0.1255	0.1804	0.2138	0.2240	0.2158	0.1954	0.1687	0.1404	0.0892	0.0521
4	0.0471	0.0902	0.1336	0.1680	0.1888	0.1954	0.1898	0.1755	0.1339	0.0912
5	0.0141	0.0361	0.0668	0.1008	0.1322	0.1563	0.1708	0.1755	0.1606	0.1277
6	0.0035	0.0120	0.0278	0.0504	0.0771	0.1042	0.1281	0.1462	0.1606	0.1490
7	0.0008	0.0034	0.0099	0.0216	0.0385	0.0595	0.0824	0.1044	0.1337	0.1490
8	0.0001	0.0009	0.0031	0.0081	0.0169	0.0298	0.0463	0.0653	0.1033	0.1304
9		0.0002	0.0009	0.0027	0.0066	0.0132	0.0232	0.0363	0.0688	0.1014
10			0.0002	0.0008	0.0023	0.0053	0.0104	0.0181	0.0413	0.0710
11				0.0002	0.0007	0.0019	0.0043	0.0082	0.0225	0.0452
12				0.0001	0.0002	0.0006	0.0016	0.0034	0.0113	0.0264
13					0.0001	0.0002	0.0006	0.0013	0.0052	0.0142
14						0.0001	0.0002	0.0005	0.0022	0.0071
15							0.0001	0.0002	0.0009	0.0033
16									0.0003	0.0014
17									0.0001	0.0006
18										0.0002
19										0.0001

	λ				
X	**8.0**	**9.0**	**1O.O**	**15.0**	**20.0**
0	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0027	0.0011	0.0005	0.0000	0.0000
2	0.0107	0.0050	0.0023	0.0000	0.0000
3	0.0286	0.0150	0.0076	0.0002	0.0000
4	0.0573	0.0337	0.0189	0.0006	0.0000
5	0.0916	0.0607	0.0378	0.0019	0.0001
6	0.1221	0.0901	0.0631	0.0048	0.0002
7	0.1396	0.1171	0.0901	0.0104	0.0005
8	0.1396	0.1318	0.1126	0.0194	0.0013
9	0.1241	0.1318	0.1251	0.0324	0.0029
10	0.0993	0.1186	0.1251	0.0486	0.0058
11	0.0772	0.0970	0.1137	0.0663	0.0106
12	0.0481	0.0728	0.0948	0.0829	0.0176
13	0.0296	0.0504	0.0729	0.0956	0.0271
14	0.0169	0.0324	0.0521	0.1024	0.0387
15	0.0090	0.0194	0.0347	0.1024	0.0516
16	0.0045	0.0109	0.0217	0.0960	0.0646
17	0.0021	0.0058	0.0128	0.0847	0.0760
18	0.0009	0.0029	0.0071	0.0706	0.0844
19	0.0004	0.0014	0.0037	0.0557	0.0888
20	0.0002	0.0006	0.0019	0.0418	0.0888
21	0.0001	0.0003	0.0009	0.0299	0.0846
22		0.0001	0.0004	0.0204	0.0769
23			0.0002	0.0133	0.0669
24			0.0001	0.0833	0.0557
25				0.0050	0.0446
26				0.0029	0.0343
27				0.0016	0.0254
28				0.0009	0.0181
29				0.0004	0.0125
30				0.0002	0.0083

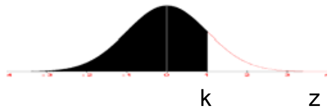
TABLA 3
ÁREAS ACUMULADAS DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR



$$\Phi(z = k) = P(z \leq k)$$

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0116	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	..2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2522	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

TABLA 3
ÁREAS ACUMULADAS DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

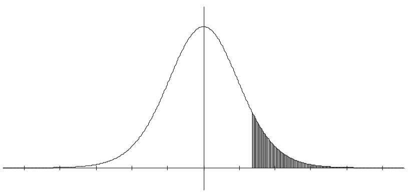


$$\Phi(z = k) = P(z \leq k)$$

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7801	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9763	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	..9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

TABLA 4
VALORES DE LA T-STUDENT

Gl	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	$t_{.001}$	$t_{.0005}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2 .015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
:	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291



$\bar{X}$ **$t_{0.10,\ 13\ Gl}$ = 1.35**

Los valores de la tabla **t-Student** pueden aplicarse siguiendo dos procedimientos alternativos, considerando que la región sombreada nos determina el valor de probabilidad del área bajo la curva. Ejemplos:

- La probabilidad representada por el área bajo la curva más allá de **1.35** unidades a la derecha de la media $\bar{X}$, con **13 grados de libertad,** es: P(**t ≥ 1.35**) = **0.100** ó **10%**.

- El valor de probabilidad (con **11 grados de libertad)** de P(**t ≥ 3.106) es 0.005** ó **0.5%.**

TABLA 5

VALORES DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL EN PORCENTAJE

%	Z(α)	Z(1-α/2)	%	Z(α)	Z(1-α/2)	%	Z(α)	Z(1-α/2)	%	Z(α)	Z(1-α/2)
1	-2.326	0.013	31	-0.496	0.399	61	0.279	0.860	91	1.341	1.695
2	-2.054	0.025	32	-0.468	0.412	62	0.305	0.878	92	1.405	1.751
3	-1.881	0.038	33	-0.440	0.426	63	0.332	0.896	93	1.476	1.812
4	-1.751	0.050	34	-0.412	0.440	64	0.358	0.915	94	1.555	1.881
5	-1.645	0.063	35	-0.385	0.454	65	0.385	0.935	95	1.645	1.960
6	-1.555	0.075	36	-0.358	0.468	66	0.412	0.954	96	1.751	2.054
7	-1.476	0.088	37	-0.332	0.482	67	0.440	0.974	97	1.881	2.170
8	-1.405	0.100	38	-0.305	0.496	68	0.468	0.994	97.5	1.980	2.241
9	-1.341	0.113	39	-0.279	0.510	69	0.496	1.015	98	2.054	2.326
10	-1.282	0.126	40	-0.253	0.524	70	0.524	1.038	99	2.326	2.576
11	-1.227	0.138	41	-0.228	0.539	71	0.553	1.058	99.1	2.388	2.612
12	-1.175	0.151	42	-0.202	0.553	72	0.583	1.080	99.2	2.409	2.652
13	-1.126	0.184	43	-0.176	0.568	73	0.613	1.103	99.3	2.457	2.697
14	-1.080	0.176	44	-0.121	0.583	74	0.643	1.126	99.4	2.512	2.748
15	-1.036	0.189	45	-0.126	0.598	75	0.674	1.150	99.5	2.576	2.807
16	-0.994	0.202	46	-0.100	0.613	76	0.706	1.175	99.6	2.852	2.878
17	-0.954	0.215	47	-0.075	0.628	77	0.739	1.200	99.7	2.748	2.968
18	-0.915	0.228	48	-0.050	0.643	78	0.772	1.227	99.8	2.878	3.090
19	-0.878	0.240	49	-0.025	0.659	79	0.506	1.254	99.9	3.090	3.291
20	-0.842	0.253	50	0.000	0.674	80	0.842	1.282	99.91	3.121	3.320
21	-0.806	0.266	51	0.025	0.690	81	0.878	1.311	99.92	3.156	3.353
22	-0.772	0.279	52	0.050	0.706	82	0.915	1.341	99.93	3.195	3.390
23	-0.739	0.292	53	0.075	0.722	83	0.954	1.372	99.94	3.239	3.432
24	-0.706	0.305	54	0.100	0.739	84	0.994	1.405	99.95	3.291	3.481
25	-0.674	0.319	55	0.126	0.755	85	1.036	1.440	99.96	3.353	3.540
26	-0.643	0.332	56	0.151	0.772	86	1.080	1.478	99.97	3.432	3.615
27	-0.613	0.345	57	0.176	0.789	87	1.126	1.514	99.98	3.540	3.719
28	-0.583	0.358	58	0.202	0.806	88	1.175	1.555	99.99	3.719	3.891
29	-0.553	0.272	59	0.228	0.824	89	1.227	1.596			
30	-0.524	0.385	60	0.253	0.842	90	1.282	1.645			

TABLA 6

FACTORES UTILIZADOS EN LA ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE CONTROL

Número de observaciones en la muestra	Diagrama para medias			Diagrama para desviaciones estándares						Diagrama para amplitudes						
	Factores para limites de control			Factores para línea central		Factores para limites de control				Factores para línea control		Factores para limites de control				
n	A	A_1	A_2	C_2	I/C_2	B_1	B_2	B_3	B_4	d_2	I/d_2	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	3.760	1.880	0.5642	1.7725	0	1.843	0	3.267	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.276
3	1.732	2.394	1.023	0.7236	1.3820	0	1.858	0	2.568	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575
4	1.501	1.880	0.729	0.7979	1.2533	0	1.808	0	2.266	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	1.596	0.577	0.8407	1.1894	0	1.756	0	2.089	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115
6	1.225	1.410	0.483	0.8686	1.1512	0.026	1.711	0.030	1.970	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	1.277	0.419	0.8882	1.1259	0.105	1.672	0.118	1.882	2.704	0.3698	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924
8	1.061	1.175	0.373	0.9027	1.1078	0.167	1.638	0.185	1.815	2.847	0.3512	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864
9	1.000	1.094	0.337	0.9139	1.0942	0.219	1.609	0.239	1.761	2.970	0.3367	0.808	0.546	5.394	0.184	1.816
10	0.949	1.028	0.308	0.9227	1.0837	0.262	1.584	0.284	1.716	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.973	0.285	0.9300	1.0753	0.299	1.561	0.321	1.679	3.173	0.3152	0.787	0.812	5.534	0.256	1.744
12	0.866	0.925	0.266	0.9359	1.0684	0.331	1.541	0.354	1.646	3.258	0.3069	0.778	0.924	5.592	0.284	1.719
13	0.832	0.832	0.249	0.9410	1.0627	0.359	1.523	0.382	1.618	3.336	0.2998	0.770	1.026	5.646	0.308	1.692
14	0.802	0.802	0.235	0.9453	1.0579	0.384	1.507	0.406	1.594	3.407	0.2935	0.762	1.121	5.693	0.329	1.671
15	0.775	0.775	0.223	0.9490	1.0537	0.406	1.492	0.428	1.572	3.472	0.2880	0.755	1.207	5.737	0.348	1.652
16	0.750	0.750	0.212	0.9523	1.0501	0.427	1.478	0.448	1.552	3.532	0.2831	0.749	1.285	5.779	0.364	1.636
17	0.728	0.728	0.203	0.9551	1.0470	0.445	1.465	0.466	1.534	3.588	0.2787	0.743	1.359	5.817	0.379	1.621
18	0.707	0.707	0.194	0.9576	1.0442	0.461	1.454	0.482	1.518	3.640	0.2747	0.738	1.426	5.854	0.392	1.608
19	0.688	0.688	0.187	0.9599	1.0418	0.477	1.443	0.497	1.503	3.689	0.2711	0.733	1.490	5.888	4.404	1.596
20	0.671	0.671	0.180	0.9619	1.0396	0.491	1.443	0.510	1.490	3.735	0.2677	0.729	1.548	5.922	0.414	1.586
21	0.655	0.655	0.173	0.9638	1.0376	0.504	1.424	0.523	1.477	3.778	0.2647	0.724	1.606	5.950	0.425	1.575
22	0.640	0.640	0.167	0.9655	1.0358	0.516	1.415	0.534	1.466	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.626	0.162	0.9670	1.0342	0.527	1.407	0.545	1.445	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.612	0.157	0.9684	1.0327	0.538	1.399	0.555	1.445	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548
25	0.600	0.619	0.153	0.9696	1.0313	0.548	1.392	0.565	1.435	3.931	0.2544	0.709	1.804	6.058	0.459	1.541

Mas de 25 se utiliza: $\frac{3}{\sqrt{n}}$

BIBLIOGRAFÍA

1. JOHNSON, ROBERT: *Estadística Elemental.* Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1990.

2. LEVIN, RICHARD y RUBIN, DAVID: *Estadística para Administradores*. Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana. México, 1996.

3. MENDENHALL, WILLIAM: *Estadística para Administradores.* Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1990.

4. NAIMAN, A. ROSENFELD, R. y ZIRKEL, G.: *Introducción a la Estadística*. Editorial McGraw-Hill. México, 1987.

5. PORTILLA C., ENRIQUE: *Estadística, Primer Curso*. Nueva Editorial Interamericana, México, 1987.

6. PORTUS G., LINCOYÁN: *Curso Práctico de Estadística*. Editorial McGraw-Hill, México, 1994.

7. ROBLES A., GLORIA: *Estadística Descriptiva e Inferencial II.* Editorial Perspectiva Crítica, México, 1996.

8. SÁNCHEZ C., OCTAVIO: *Probabilidad y Estadística*. Editorial McGraw-Hill, México, 1996.

SUGERENCIAS PARA PRESENTAR EXÁMENES DE RECUPERACIÓN O ACREDITACIÓN ESPECIAL

Para evitar cualquier contratiempo al presentar el examen de recuperación o acreditación especial debes considerar las siguientes recomendaciones:

Organización:

- Preséntate al menos con 10 minutos de anticipación al salón indicado. Debes presentarle al profesor aplicador esta Guía resuelta.
- Lleva el comprobante de inscripción al examen y tu credencial actualizada.
- Lleva dos lápices del No. 2 o 2 ½.
- No olvides llevar una goma que no manche.

Durante el examen:

- Lee con atención tanto las instrucciones como las preguntas y si tienes alguna duda consúltala con el aplicador.
- Contesta primero las preguntas que te parezcan "fáciles" y después concentra toda tu atención en las "difíciles".
- Si te solicitan explicar o desarrollar algún tema, identifica las ideas principales que quieras exponer y escríbelas de la manera más concreta y clara que puedas, evita el planteamiento de ideas innecesarias.
- Escribe tus respuestas con letra clara, legible y sin faltas de ortografía.
- Al terminar de contestar el examen, revísalo nuevamente para asegurarte que todas las preguntas estén contestadas.
- Centra tu atención en el examen, no trates de copiar, recuerda que el compañero de junto puede estar equivocado.

La Guía para presentar exámenes de
Recuperación o Acreditación especial de
Estadística Descriptiva e Inferencial II
se terminó de reimprimir en el mes de abril de 2006
en los talleres de la Impresora y Encuadernadora Progreso, S.A. de C.V.
Calz. San Lorenzo Tezonco núm. 244, Col. Paraje San Juan
Delegación Iztapalapa, C.P. 09830

El tiraje fue de 1 800 ejemplares
más sobrantes para reposición